

Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Computação

MO417A – Complexidade de Algoritmos – 1º Semestre de 2020

<https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a>

Tarefa 7

- As repostas das questões devem ser manuscritas, digitalizadas e submetidas como um arquivo em formato PDF. Escaneie ou utilize um aplicativo para corrigir a perspectiva de foto. O PDF deve ser submetido em <https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a/submit/> com a chave fornecida até a data lá anotada.
- Cada questão deve estar em páginas separadas (preferencialmente até uma, no máximo duas), seja conciso. Escreva com uma letra legível, de tamanho razoável e com bastante espaçamento entre as linhas de forma a permitir anotações. Faça um rascunho e depois passe a limpo.
- Só serão aceitas listas com todas questões respondidas, mas serão corrigidas **apenas** aquelas sorteadas na página <https://www.randomresult.com/ticket.php?t=1845944H4BPS>.

Questão 1. Resolva as seguintes questões:

- (a) Concorde ou discorde e justifique. Se existe problema $L \in \text{NP}$ tal que $L \notin \text{NP-completo}$, então para todo $L' \in \text{NP-completo}$, não existe redução $L' \leq_p L$.
- (b) (CLRS) (34.2-9) Mostre que $\text{P} \subseteq \text{NP}$ e $\text{P} \subseteq \text{co-NP}$.
- (c) (CLRS) (34.2-10) Mostre que se $\text{NP} \neq \text{co-NP}$ então $\text{P} \neq \text{NP}$.
- (d) Considere o problema para decidir se um número p é primo. Mostre que esse problema está em co-NP. Atente-se para o tamanho da codificação de um número p .

Questão 2. Dado um conjunto de elementos $E = \{1, 2, \dots, n\}$ e uma família de conjuntos $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$, onde $S_i \subseteq E$, uma cobertura de conjuntos é uma subfamília $F \subseteq \mathcal{S}$ tal que $\bigcup_{S \in F} S = E$. O problema da cobertura por conjuntos é: dados E , \mathcal{S} e k , existe uma cobertura de conjuntos F de tamanho $|F| \leq k$? Mostre que cobertura por conjuntos é NP-completo. Dica: você pode supor que cobertura por vértices é NP-completo.

Questão 3. (CLRS) (34-1, only a and b) Independent set

An independent set of a graph $G = (V, E)$ is a subset $V' \subseteq V$ of vertices such that each edge in E is incident on at most one vertex in V' . The independent-set problem is to find a maximum-size independent set in G .

- (a) Formulate a related decision problem for the independent-set problem, and prove that it is NP-complete. (Hint: Reduce from the clique problem.)
- (b) Suppose that you are given a “black-box” subroutine to solve the decision problem you defined in part (a). Give an algorithm to find an independent set of maximum size. The running time of your algorithm should be polynomial in $|V|$ and $|E|$, counting queries to the black box as a single step.