

Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Computação

MO417A – Complexidade de Algoritmos – 1º Semestre de 2020

<https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a>

Tarefa 5

- As repostas das questões devem ser manuscritas, digitalizadas e submetidas como um arquivo em formato PDF. Escaneie ou utilize um aplicativo para corrigir a perspectiva de foto. O PDF deve ser submetido em <https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a/submit/> com a chave fornecida até a data lá anotada.
- Cada questão deve estar em páginas separadas (preferencialmente até uma, no máximo duas), seja conciso. Escreva com uma letra legível, de tamanho razoável e com bastante espaçamento entre as linhas de forma a permitir anotações. Faça um rascunho e depois passe a limpo.
- Só serão aceitas listas com todas questões respondidas, mas serão corrigidas **apenas** aquelas sorteadas na página <https://www.randomresult.com/ticket.php?t=1758815CE6FG>.

Questão 1. Circule *C* para afirmações corretas e *E* para incorretas.

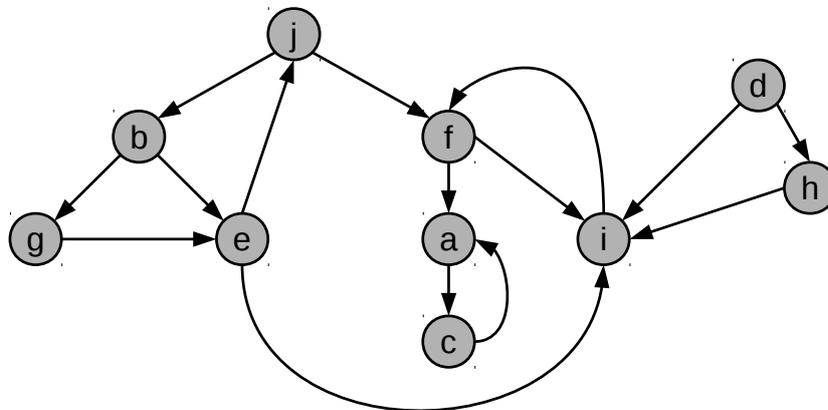
- (a) C E Seja G um grafo e u, v, w vértices de G . Se existe aresta de u a v e aresta de v a w , então existe uma aresta de u a w .
- (b) C E Seja G um grafo e u, v, w vértices de G . Se não existe caminho de u a w , então o número de arestas no grafo induzido por u, v e w é no máximo 1.
- (c) C E Todo grafo tem um número par de vértices ímpares, i.e., com grau ímpar.
- (d) C E Todo grafo tem um número ímpar de vértices pares, i.e., com grau par.
- (e) C E Existem grafos que contêm passeios fechados e são acíclicos, isso é, são florestas.
- (f) C E Todo grafo que contém um passeio fechado *sem repetição de arestas* é cíclico.
- (g) C E Seja G um grafo simples qualquer com 10 vértices. O número de arestas de G somado ao número de arestas do complementar \bar{G} é 45.
- (h) C E Dado um grafo G , se o menor caminho entre u e v tem tamanho exatamente 2, então existe aresta que liga u a v em \bar{G} .
- (i) C E T é uma árvore se e somente se contém $|V| - 1$ arestas.
- (j) C E Se em um grafo simples conexo todo vértice tem grau dois, então esse grafo é um ciclo.
- (k) C E Toda árvore com pelo menos 2 vértices é um grafo bipartido.
- (l) C E Dada uma árvore T , existe um subconjunto de vértices $X \subseteq V(T)$ tal que $G = T - X$ tem pelo menos $V(T)/2$ vértices com grau zero.
- (m) C E Todo grafo com um número ímpar de vértices é bipartido.
- (n) C E O melhor algoritmo para calcular o quadrado de uma matriz quadrada de tamanho n é estritamente melhor que o trivial com tempo $O(n^3)$.
- (o) C E Se um grafo G tiver muitas arestas, i.e., $E = \Omega(V^2)$, então todo algoritmo para calcular o quadrado de G leva tempo pelo menos $\Omega(V^3)$, já que $VE = \Theta(V^3)$ nesse caso.
- (p) C E A quarta potência de um grafo $G = (V, E)$ é um grafo Q tal que existe aresta entre dois vértices u e v em Q se, e somente se, houver caminho entre u e v de tamanho no máximo 4 em G . Não existe um algoritmo que calcula Q , dado G , em tempo $O(V^3)$.

Questão 2. (CLRS) (22.1-3) O transposto do grafo direcionado $G = (V, E)$ é o grafo $G^T = (V, E^T)$, em que $E^T = \{(v, u) \in V \times V : (u, v) \in E\}$. Assim, G^T é G com todas as suas arestas invertidas. Descreva algoritmos eficientes para calcular G^T a partir de G , para as representações de lista de adjacências e matriz de adjacências de G . Analise os tempos de execução dos seus algoritmos.

Questão 3. (CLRS) O diâmetro de uma árvore $T = (V, E)$ é definida como $\max_{u, v \in V} \delta(u, v)$, isso é, o mais longo entre todos os caminhos de distância mínima na árvore. Dê um algoritmo eficiente para calcular o diâmetro de uma árvore e analise o tempo de execução de seu algoritmo.

Questão 4. (Horowitz et al.) Projete um algoritmo para decidir se um dado grafo não direcionado $G = (V, E)$ contém um ciclo de tamanho 4. O tempo de execução de seu algoritmo deve ser $O(V^3)$.

Questão 5. Mostre como a busca em profundidade funciona no grafo da figura abaixo. Presuma que o laço da rotina principal DFS considera os vértices em ordem alfabética e presuma que cada lista de adjacências está ordenada alfabeticamente. Mostre o tempo de descobrimento (**d**) e o tempo de término (**f**) de cada vértice na caixa abaixo e classifique cada aresta (indique na figura, usando letras *F*, *B*, *C*, *T* para avanço, retorno, cruzamento e árvore).



	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
d										
f										

Questão 6. (CLRS) (22.4-3) Dê um algoritmo que determine se um determinado grafo não direcionado $G = (V, E)$ contém um ciclo. Seu algoritmo deve ser executado em $O(V)$, independente de $|E|$.

Questão 7. (CLRS) (22.5-4) Mostre que para cada grafo direcionado G , vale $((G^T)^{SCC})^T = G^{SCC}$. Isso é, o transposto do grafo de componentes de G^T é o mesmo que o grafo de componentes do grafo G .