

## Algoritmos Gulosos

### Algoritmos Gulosos

**Questão 1.** (CLRS) Exercícios: 16.1-1, 16.1-2, 16.1-3, 16.1-4, 16.2-1, 16.2-2, 16.2-4, 16.2-5, 16.2-7, 16.3-1 (2ed), 16.3-2 (3ed), 16.3-2 (2ed), 16.3-3 (3ed), 16.3-3 (2ed), 16.3-4 (3ed), 16.3-7 (2ed), 16.3-8 (3ed),

**Questão 2.** (CLRS) Problemas: 16-1, 16-4a,

**Questão 3.** Uma caixa  $d$ -dimensional com lados  $(x_1, \dots, x_d)$  cabe numa caixa  $(y_1, \dots, y_d)$  se existe uma permutação  $\pi$  de  $1, \dots, d$  tal que

$$x_{\pi_1} < y_1, \dots, x_{\pi_d} < y_d.$$

Dê um algoritmo eficiente para determinar se  $(x_1, \dots, x_d)$  cabe em  $(y_1, \dots, y_d)$ . Prove que este algoritmo está correto.

**Questão 4.** São dados  $n$  livros,  $1, 2, \dots, n$  com pesos  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , respectivamente. Os pesos satisfazem a condição  $0 < p_i < 1$ , para  $i = 1, \dots, n$ . Deseja-se acondicionar os livros em um número mínimo de envelopes satisfazendo as condições abaixo:

1. Cada envelope contém no máximo dois livros.
2. Em nenhum envelope o peso dos livros ultrapassa 1. Descreva um algoritmo com *número de comparações*  $O(n \log n)$  que acha um acondicionamento ótimo de  $n$  livros dados. Demonstre que o acondicionamento encontrado por seu algoritmo é ótimo, i.e., ele usa o menor número possível de envelopes.

**Questão 5.** Seja  $N = 2^k$  e  $S = \{x_1, \dots, x_s\}$ , onde  $x_i$  é potência de 2,  $x_i \leq N$  e  $\sum_{i=1}^s x_i \geq N$ . Então existe um conjunto  $S' \subseteq S$  tal que  $\sum_{x' \in S'} x' = N$ . Prove este resultado e apresente um algoritmo para encontrar tal  $S'$ .

**Questão 6.** Uma empresa de esquadrias metálicas precisa de  $n_i$  vigas de tamanho  $2^i$ ,  $i = 0, \dots, k$ . Mas a metalúrgica que vende as vigas para a empresa de esquadrias só vende vigas de tamanho  $M$ ,  $M$  é um inteiro positivo e  $2^i \leq M$ ,  $i = 0, \dots, k$ . Assim, a empresa de esquadrias precisa comprar o menor número de vigas de tamanho  $M$ . Projete um algoritmo para resolver este problema de forma ótima, i.e., usando o menor número de vigas grandes. Prove que ele devolve a solução ótima. O valor dos  $n_i$  e  $M$  são dados. (Você pode usar o algoritmo da questão anterior como subrotina).

**Questão 7.** (CLRS) (16.2-3) Suponha que em um problema de mochila 0-1, a ordem dos itens quando classificados por aumento de peso é a mesma ordem que quando classificados por valor decrescente. Dê um algoritmo eficiente para encontrar uma solução ótima para essa variante do problema de mochila e argumente que seu algoritmo está correto.

**Questão 8.** (CLRS) (16.3-6) Generalize o algoritmo de Huffman para palavras de código ternárias (i.e., palavras de código usando os símbolos 0, 1 e 2) e prove que ele produz códigos ternários ótimos.

**Questão 9.** O cadeado de Alice, que é de combinação de  $n$  números como o da figura abaixo, enferrujou-se e ficou com o seguinte defeito: toda vez que gira um número, o número imediatamente acima gira junto. O seu objetivo é ajudar Alice a obter a combinação da sua senha pessoal: uma sequência de  $n$  zeros! Como o cadeado está enferrujado, deve-se girar o menor número de vezes possível. Os números do cadeado vão de 0 até 9 e podem ser girados tanto para a esquerda como para a direita. Por exemplo, se a combinação atual, de baixo para cima, for  $\{5, 4, 2, 1\}$  e girarmos o número 4 *três vezes* para a esquerda, obteremos a combinação  $\{5, 1, 9, 1\}$ .



- (a) Escreva um algoritmo linear que receba a combinação atual do cadeado de baixo para cima e instrua Alice a abrir o cadeado com o menor número de giros possível.
- (b) Demonstre que o algoritmo está correto.