

Estatísticas de ordem

Estatísticas de ordem

Questão 1. (CLRS) Exercícios: 9.1-1, 9.2-1, 9.2-2, 9.2-4, 9.3-1, 9.3-2, 9.3-5, 9.3-7, 9.3-9,

Questão 2. (CLRS) Problemas: 9-1

Questão 3. (Manber) (6.14) Projete um algoritmo de divisão e conquista para encontrar o menor e o maior elementos de um conjunto. O algoritmo deve usar no máximo $3n/2$ comparações (para $n = 2^k$). Você pode apontar a razão desse algoritmo requerer menos que $2n - 3$ comparações do algoritmo trivial?

Questão 4. (Manber) (6.22) A entrada é um conjunto S contendo n números reais e um número real x .

- (a) Projete um algoritmo para determinar se há dois elementos de S cuja soma é exatamente x . O algoritmo deve executar em tempo $O(n \log n)$.
- (b) Suponha agora que o conjunto S é dado de forma ordenada. Projete um algoritmo para resolver esse problema em tempo $O(n)$.

Questão 5. (Dasgupta et al.) Diz-se que um vetor $A[1..n]$ tem um elemento majoritário se mais da metade de suas entradas forem iguais. Dado um vetor, a tarefa é projetar um algoritmo eficiente para determinar se o vetor possui um elemento majoritário e, em caso afirmativo, para encontrar esse elemento. Os elementos do vetor não são necessariamente de algum domínio ordenado como os inteiros e, portanto, não pode haver comparações da forma “ $A[i] > A[j]$?”. (Pense nos elementos da matriz como arquivos GIF, digamos). No entanto, você pode responder perguntas do tipo: “ $A[i] = A[j]$?” em tempo constante.

- (a) Mostre como resolver este problema em tempo $O(n \log n)$. Para isso, divida a matriz A em duas matrizes A_1 e A_2 com a metade do tamanho. Conhecer um elemento majoritário de A_1 e A_2 ajuda você a descobrir o elemento majoritário de A ? Se for assim, então você pode usar a abordagem de divisão-e-conquista.
- (b) Você pode dar um algoritmo de tempo linear? Aqui está outra abordagem de divisão e conquista:
 - Pareie elementos de A e obtenha $n/2$ pares.
 - Olhe para cada par: se os dois elementos forem diferentes, descarte os dois; se eles são os mesmos, mantenha apenas um deles

Formalize e mostre que, após este procedimento, há no máximo $n/2$ elementos restantes e que eles têm um elemento majoritário se e somente se A tiver. Depois mostre como resolver o problema em tempo linear.

Questão 6. (Horowitz et al.) Os k -ésimos quantis de um conjunto de elementos são os $k - 1$ elementos que dividem o conjunto ordenado em k conjuntos de tamanhos quase iguais (a diferença de tamanho entre quaisquer dois conjuntos é no máximo um). Dê um algoritmo de tempo $O(n \log k)$ para listar os k -ésimos quantis de um conjunto.