Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Computação

MO417A – Complexidade de Algoritmos – 1º Semestre de 2020

`https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a`

Correção de algoritmos

Invariantes de laço e demonstração de correção

Questão 1. (CLRS) Exercícios: 2.1-3,

Questão 2. (CLRS) Problemas: 2-2, 2-3

Questão 3. (Manber) (2.40) Modifique o algoritmo Converte_Binário de tal forma que ele converta um número dado em base 6 para um número binário. A entrada é um vetor de dígitos na base 6 e a saída é um vetor de bits. Mostre a correção de seu algoritmo utilizando uma invariante de laço.

Questão 4. Seja $f(x)$ uma função real contínua e suponha que ela tem uma ou mais raízes entre a, b (uma raiz é um número $r \in (a,b)$ com $f(r) = 0$). Dado $\varepsilon > 0$, uma ε-aproximação de uma raiz, é um número $x \in (a,b)$ tal que $x \in (r-\varepsilon, r+\varepsilon)$ em que r é uma raiz. O método de aproximação da raiz baseado em busca binária executa é descrito no algoritmo a seguir:

```
Bisect(a, b, ε)
    enquanto b − a > ε:
        se f((a+b)/2) ≤ 0:
            a ← (a+b)/2
        senão:
            b ← (a+b)/2
    devolva (a+b)/2
```

- ***(a)*** Analise o tempo de execução desse algoritmo em termos $b-a$ e ε.
- ***(b)*** Dê condições (suficientes) sobre o entrada para que o algoritmo termine com uma resposta correta. Depois demonstre que o algoritmo está correto (quando dada uma entrada válida).

Questão 5. Considere o algoritmo a seguir:

Algoritmo 1 Algoritmo de Euclides

Procedimento EUCLIDES(a, b) ▷ Obtém o MDC de a e b
- $r \leftarrow a \bmod b$
- **enquanto** $r \neq 0$ **faça** ▷ Já sabemos a resposta se r é 0
  - $a \leftarrow b$
  - $b \leftarrow r$
  - $r \leftarrow a \bmod b$
- **devolve** b ▷ O MDC é b

Você deverá mostrar formalmente que o algoritmo está correto utilizando uma invariante de laço.

- ***(a)*** Escreva uma invariante de laço adequada para o algoritmo.
- ***(b)*** Demonstre a invariante de laço.
- ***(c)*** Demonstre que o algoritmo está correto utilizando a afirmação acima.