

Instituto de Computação – UNICAMP
Complexidade de Algoritmos I – Turma A
Exercícios: **Árvore geradora mínima**

- Os exercícios devem ser submetidos como um arquivo em formato PDF (digitado ou manuscrito digitalizado), no prazo estipulado, na página <http://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a/submit/>.
- Só serão aceitas listas com todas questões respondidas, mas serão corrigidos **apenas** os itens sorteados em <http://www.randomresult.com/ticket.php?t=284150A7H9U>.

Questão 1. (Kleinberg and Tardos) Suponha que é dado um grafo G com custos nas arestas positivos. Seja T uma árvore geradora mínima de G . Agora suponha que substituimos o custo cada aresta, c_e , por seu quadrado, c_e^2 , criando assim uma nova instância do problema com o mesmo grafo, mas com custos diferentes. Concorde ou discorde: T ainda deve ser uma árvore geradora mínima para a nova instância. Prove ou dê um contraexemplo.

Dica: compare os custos das arestas entre duas árvores geradoras mínimas T e T' para as duas instâncias, respectivamente; por exemplo, se o custo da menor aresta de T é m , quanto deve valer o custo da menor aresta de T' ?

Questão 2. Uma empresa possui n filiais que devem ser conectadas, direta ou indiretamente. Cada par de filiais que são conectadas diretamente utilizam um serviço de fibra ótica, ou um serviço de conexão via linha telefônica. A velocidade da conexão (em MBit/s) via linha telefônica entre duas filiais depende da distância e é fornecida pela empresa de telefonia. A velocidade da fibra é sempre constante, 1Gbit/s. Devido a restrições orçamentária, somente f ($f < n$) conexões via fibra serão contratadas. Uma vez instalada a rede, duas filiais podem ser conectadas (indiretamente) por uma sequência de conexões diretas; a *velocidade de conexão entre as duas filiais* é a velocidade da conexão mais lenta nessa sequência. A velocidade de rede é a menor velocidade de conexão entre quaisquer duas filiais. Escreva um algoritmo para encontrar uma rede com a maior velocidade de rede possível. Argumente muito brevemente (mais de maneira clara) porque o algoritmo está correto (não é necessário analisar a complexidade).

Dica 1: se houvesse dois caminhos disjuntos entre duas filiais, então poderíamos remover pelo menos uma conexão; qual?

Dica 2: como uma conexão de fibra ótica poderia melhorar uma rede existente?