

Instituto de Computação – UNICAMP
 Complexidade de Algoritmos I – Turma A
 Exercícios: **Indução**

- Os exercícios devem ser submetidos como um arquivo em formato PDF (digitado ou manuscrito digitalizado), no prazo estipulado, na página <https://www.ic.unicamp.br/~lehilton/mo417a/submit/>.
- Só serão aceitas listas com todas questões respondidas, mas serão corrigidos **apenas** os itens sorteados em <https://www.randomresult.com/ticket.php?t=235537RR2KU>.

Questão 1. (Manber) Encontre uma expressão para a soma da i -ésima linha do seguinte triângulo, que é chamado de triângulo de Pascal, e prove que sua afirmação está correta usando indução. Os lados do triângulo são 1s e cada um dos outros itens tem valor igual à soma dos dois itens imediatamente acima.

```

        1
       1 1
      1 2 1
     1 3 3 1
    1 4 6 4 1
    
```

Questão 2. (Manber) Considere a sequência 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 40, ..., que começa como uma progressão aritmética, mas após os cinco primeiros termos é progressão geométrica. Mostre que todo inteiro positivo pode ser escrito como a soma de números *distintos* dessa sequência.

Questão 3. Seja $f(x)$ uma função real contínua e suponha que ela tem uma ou mais raízes entre a, b (uma raiz é um número $r \in (a, b)$ com $f(r) = 0$). Dado $\varepsilon > 0$, uma ε -aproximação de uma raiz, é um número $a \in (a, r)$ tal que $a \in (r - \varepsilon, r + \varepsilon)$ em que r é uma raiz. O método de aproximação da raiz baseado em busca binária executa uma busca é descrito no algoritmo a seguir:

```

Bisect( $a, b, \varepsilon$ )
    enquanto  $b - a > \varepsilon$ :
        se  $f((a+b)/2) \leq 0$ :
             $a \leftarrow (a+b)/2$ 
        senão:
             $b \leftarrow (a+b)/2$ 
    devolva  $(a+b)/2$ 
    
```

- (a) Analise o tempo de execução desse algoritmo em termos $b - a$ e ε .
- (b) Dê condições (necessárias e suficientes) sobre o entrada para que o algoritmo termine com uma resposta correta. Depois demonstre que o algoritmo está correto (quando dada uma entrada válida).