Instituto de Computação – UNICAMP
Projeto e Análise de Algoritmos II – Turma A
Exercícios: **Fluxo em redes**

- Os exercícios devem ser manuscritos, digitalizados e submetidos como um arquivo em formato PDF, no prazo estipulado, na página `https://susy.ic.unicamp.br:9999/mc558a`.
- Só serão aceitas listas com todas questões ser respondidas, mas será corrigido **apenas** um exercício sorteado em `http://www.randomresult.com/ticket.php?t=270798XDHR2`.

Cada aluno deve entregar este exercício **individualmente**; cópias (de outros alunos, da internet etc.) serão consideradas plágio.

Questão 1. (Kleinberg e Tardos) Considere o seguinte problema. É dada uma rede de fluxo com arestas de capacidades unitárias, que consiste de um grafo direcionado $G = (V, E)$, uma fonte $s \in V$ e um sorvedouro $t \in V$ tal que $c_e = 1$ para todo $e \in E$. Também é dado um parâmetro k.

O objetivo é remover k arestas de modo a reduzir o fluxo máximo s-t em G tanto quanto possível. Em outras palavras, você deve encontrar um conjunto de arestas $F \subseteq E$ com $|F| = k$ e de forma que fluxo máximo s-t em $G' = (V, E - F)$ seja tão pequeno quanto possível.

Dê um algoritmo de tempo polinomial para resolver este problema. Argumente que o algoritmo está correto e justifique a complexidade de tempo.

Questão 2. (CLRS) Um emparelhamento perfeito é um emparelhamento que incide em todos os vértices. Seja $G = (V, E)$ um grafo bipartido não direcionado com partição de vértice $V = L \cup R$, onde $|L| = |R|$. Para qualquer $X \subseteq V$, defina a vizinhança de X como

$$N(X) = \{y \in V : (x, y) \in E \text{ para algum } x \in X\},$$

isso é, o conjunto de vértices adjacentes a algum vértice de X. Demonstre o **Teorema de Hall**: existe um emparelhamento perfeito em G se e somente se $|A| \leq |N(A)|$ para todo subconjunto $A \subseteq L$.