

Instituto de Computação – UNICAMP  
Projeto e Análise de Algoritmos II – Turma A  
Exercícios: **Reduções entre problemas**

- Os exercícios devem ser manuscritos, digitalizados e submetidos como um arquivo em formato PDF, no prazo estipulado, na página <https://susy.ic.unicamp.br:9999/mc558a>.
- Só serão aceitas listas com todas questões respondidas, mas será corrigido **apenas** um exercício sorteado em <https://www.randomresult.com/ticket.php?t=269928C3WXT>.
- Esta tarefa deve ser feita em dupla (*não* serão aceitos grupos com mais de dois alunos ou discussão com terceiros). **Um e somente um aluno** deve submeter exercício com a identificação de ambos.

**Questão 1.** Lembre-se de que uma redução entre problemas  $A \prec B$  é descrita por uma transformação de entrada, que constrói uma instância  $I_B$  de  $B$  a partir de uma instância  $I_A$  de  $A$  e uma transformação de saída, que constrói uma solução  $S_A$  de  $A$  a partir de uma solução  $S_B$  de  $B$ . Além disso, é preciso mostrar que, se  $S_B$  for solução de  $I_B$ , então  $S_A$  é solução de  $I_A$ .

Resolvam os seguintes problemas *utilizando reduções*, isso é, se um problema  $A$  for reduzido para um problema  $B$ , então um algoritmo para  $B$  pode ser utilizado apenas como caixa-preta. Vocês devem mostrar formalmente que a redução está correta. Justifiquem brevemente a complexidade da redução.

- (a) Seja  $S$  um conjunto de  $n$  pontos distintos do plano e  $G = (S, E)$  o grafo completo onde cada vértice de  $G$  corresponde a um ponto de  $S$ . Além disso, suponha que a cada aresta  $(u, v)$  está associado um custo  $c(u, v)$  igual à distância euclidiana entre os pontos  $u$  e  $v$ . Mostre que o problema de encontrar uma árvore geradora mínima em um grafo  $G$  desse tipo tem cota inferior  $\Omega(n \log n)$ .
- (b) Considere uma rede de computadores, que são ligados aos pares por cabos bidirecionais de diferentes tipos e comprimentos. Dependendo do tipo e do comprimento, uma ligação tem uma taxa de transmissão, dada em MBit/s. A velocidade de conexão entre dois computadores  $A$  e  $B$  depende do cabo mais lento por que passam os dados no caminho mais rápido de  $A$  a  $B$ . A velocidade da rede é a menor velocidade de conexão entre todos pares de computadores. Escreva um algoritmo para calcular a velocidade da rede e encontrar um par  $A, B$  cuja velocidade de conexão é igual à velocidade da rede.