Instituto de Computação – UNICAMP
Projeto e Análise de Algoritmos II – Turma A
Exercícios: **Árvore geradora mínima**

- Os exercícios devem ser manuscritos, digitalizados e submetidos como um arquivo em formato PDF, no prazo estipulado, na página `https://susy.ic.unicamp.br:9999/mc558a`.
- Só serão aceitas listas com todas questões ser respondidas, mas será corrigido **apenas** um exercício sorteado em `http://www.randomresult.com/ticket.php?t=254838PQVQ5`.

Questão 1. Seja $G=(V,E)$ um grafo não direcionado com pesos nas arestas e seja F um subgrafo de G que é uma floresta (i.e., F é acíclico). Projete um algoritmo eficiente para encontrar uma árvore geradora em G que contém todas as arestas de F e tem um custo mínimo dentre todas as árvores geradoras que contêm F. Argumente que seu algoritmo está correto e calcule sua complexidade de tempo.

Questão 2. (Skiena) Seja $G=(V,E)$ um grafo não direcionado. Um conjunto $F \subseteq E$ de arestas é chamado conjunto de retroalimentação se cada ciclo de G tiver pelo menos uma aresta em F.

(a) Suponha que G não seja ponderado. Crie um algoritmo eficiente para encontrar um conjunto de retroalimentação de tamanho mínimo.

(b) Suponha que G é um grafo não direcionado com pesos positivos nas arestas. Projete um algoritmo eficiente para encontrar um conjunto de retroalimentação de peso mínimo. Argumente que seu algoritmo está correto.

[Observação: Em cada item, argumente **muito brevemente** porque o algoritmo está correto e sua complexidade.]

Questão 3. Seja $G=(V,E)$ um grafo conexo não-orientado com pesos $\omega(u,v)$ associados a cada aresta $(u,v)\in E$. Considere o problema de encontrar uma árvore geradora mínima de (G,ω). Professor B. Smart propôs o seguinte algoritmo para encontrar uma árvore geradora mínima de (G,ω) onde $G=(V,E)$.

SMART-AGM(G,ω)
    Ordene E em ordem não crescente de pesos
    $H \leftarrow G$
    Para cada $e \in E$ em ordem não crescente de pesos, faça
        Se $H-e$ é conexo,
            então $H \leftarrow H-e$
    Devolva H

(a) Argumente sucintamente (em poucas linhas) que o grafo obtido é conexo e acíclico.

(b) Mostre que se e é uma aresta de G com peso máximo e $G-e$ é conexo, então existe árvore geradora mínima de G que não contém e.

(c) Conclua mostrando que o algoritmo está correto.