

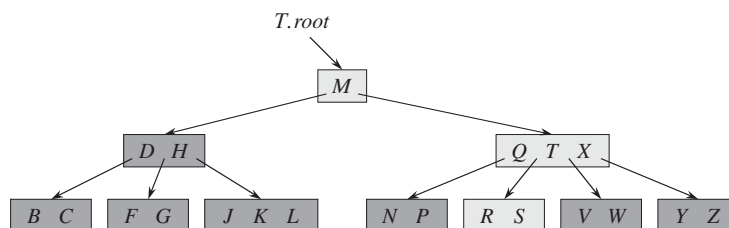
**MC202 — Estruturas de Dados**  
**Lista de Exercícios 5**  
**Árvores B**

Primeiro semestre de 2017 - Turmas B e C  
Professor: Emilio Francesquini  
francesquini@ic.unicamp.br

**Legenda:**

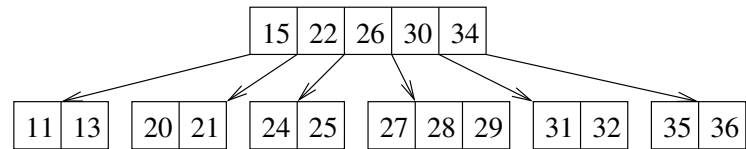
- ★ – Fácil
- ★★ – Médio
- ★★★ – Difícil

1. ★ Por que não podemos permitir uma árvore B com um grau mínimo de  $t = 1$ ?
2. ★ [CLRS] Para que valores de  $t$  a árvore abaixo continua sendo válida?



3. ★ [CLRS] Mostre todas as árvores B válidas com grau mínimo 2 ( $t = 2$ ) que incluem as chaves  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
4. ★★ [CLRS] Dada uma árvore B com grau mínimo  $t$ , qual é o número máximo de chaves que podem ser armazenadas se ela tem altura  $h$ ?
5. ★★★ [CLRS] Descreva a árvore que seria criada caso cada nó preto de uma árvore rubro-negra “absorvesse” seus nós vermelhos, incorporando também os filhos do nó absorvido.
6. ★ Mostre o resultado da inserção (nesta ordem) das chaves 16, 29, 27, 21, 13, 22, 18, 30, 32, 33, 23, 28, 24, 26, 11, 12, 34, 35, 14, 36, 15 em uma árvore B de ordem  $b = 3$  ( $t = 2$ ). Mostre a configuração da árvore após cada inserção e imediatamente antes de cada split.
7. ★ [CLRS] Explique como encontrar o elemento com a chave mínima contida em uma árvore B. Explique também como achar o predecessor e o sucessor de uma dada chave nesta mesma árvore.
8. ★★★ [CLRS] Suponha que a inserção dos elementos em uma árvore B (inicialmente vazia) siga a ordem  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$  com grau mínimo  $t = 2$ . Em função de  $n$ , quantos nós a árvore possuirá?
9. ★ Implemente uma versão da busca em uma árvore B que utilize busca binária em vez de busca linear dentro de cada nó.

10. ★ Quantas leituras são feitas no pior caso para buscar um elemento em uma árvore B. Quantas leituras e escritas são necessárias para inserir um elemento, no pior caso?
11. ★★ [CLRS] Suponha que o seu disco permite escolher o tamanho da página de maneira arbitrária. Contudo o tempo necessário para ler a página do disco é  $a + bt$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes e  $t$  é o grau mínimo da árvore B usando páginas do tamanho da página escolhido. Descreva uma maneira de escolher  $t$  de modo a minimizar (no pior caso) o tempo de busca na Árvore B. Sugira um valor ótimo para  $t$  para o caso no qual  $a = 5$  milisegundos e  $b = 10$  milisegundos.
12. ★ Remova as chaves 13, 26 e 22 nesta ordem da árvore B abaixo de ordem  $b = 5$  ( $t = 3$ ).



13. ★★ Escreva o pseudocódigo para remover uma chave  $k$  de uma árvore B cuja raiz é apontada por  $x$ .