

**MC542**

**Organização de Computadores**  
Teoria e Prática

2007 - 2011  
Prof. Paulo Cesar Centoducatte  
[ducatte@ic.unicamp.br](mailto:ducatte@ic.unicamp.br)  
[www.ic.unicamp.br/~ducatte](http://www.ic.unicamp.br/~ducatte)

MC542  
3.1

**MC542**

**Circuitos Lógicos**

**Projeto de Circuitos Combinacionais**

"DDCA" - (Capítulo 2)  
"FDL" - (Capítulos 2 e 4)

MC542  
3.2

**Título do Capítulo Abordado**  
Sumário

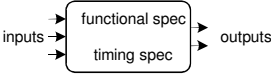
- Introdução
- Equações Booleanas
- Álgebra Booleana
- Síntese Lógica
  - Usando SOP
  - Usando POS
- Lógica Combinacional Multi-Níveis
- X's e Z's
- Mapas de Karnaugh
- Blocos básicos Combinacionais
- Timing

MC542  
3.3

**Introdução**

Um circuito lógico é composto de:

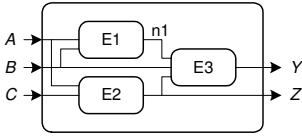
- Entradas (inputs)
- Saídas (outputs)
- Especificação Funcional
- Especificação da temporização (timing)



MC542  
3.4

**Circuito**

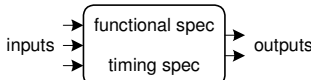
- Nodes
  - Inputs: *A, B, C*
  - Outputs: *Y, Z*
  - Interno: *n1*
- Elementos do Circuito
  - E1, E2, E3



MC542  
3.5

**Tipos de Circuitos Lógicos**

- **Combinacional**
  - Sem efeito memória
  - As saídas são determinadas pelos valores correntes das entradas
- **Seqüencial**
  - Tem efeito memória
  - As saídas são determinadas pelos valores correntes e anteriores das entradas

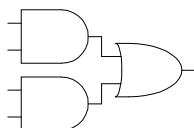


MC542  
3.6

## Composição de Circuitos Combinacionais

- Todos os elementos do circuito são combinacionais
- Cada node do circuito ou é uma entrada do circuito ou está conectado a uma saída de um elemento do circuito
- O circuito não contém ciclos: todo caminho no circuito visita cada node no máximo uma vez

- Exemplo:



MCS42  
3.7

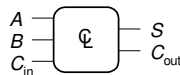
## Equação Booleana

- Especificação funcional das saídas em termos das entradas usando-se operadores booleanos

- Exemplo:

$$S = F(A, B, C_{in})$$

$$C_{out} = F(A, B, C_{in})$$



$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$

MCS42  
3.8

## Forma Soma-de-Produtos (SOP)

- Toda equação booleana pode ser descrita na forma SOP
- Cada linha da tabela verdade é associada a um **mintermo**
- Um **mintermo** é um produto (AND) de literais
- Cada **mintermo** é TRUE (1) para uma dada linha (e somente para essa linha)
- A função é formada pelo OR dos **mintermos** para os quais a saída é TRUE (1)
- Assim, a função é a soma (OR) de produtos (termos AND)

A	B	Y	minterm
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}$
0	1	1	$\bar{A}B$
1	0	0	$A\bar{B}$
1	1	1	$AB$

$$Y = F(A, B, C) = \bar{A}B + AB$$

MCS42  
3.9

## Terminologia

- **Literal** - Uma variável complementada ou não em um termo produto (ou termo soma)
- **Implicante** - Um termo produto que implementa um ou mais 1's da função. Exemplo: um mintermo é um implicante; um produto gerado pela simplificação de uma variável de dois mintermos é um implicante.
- **Implicante Principal** - Um implicante que não pode ser simplificado em outro implicante com menos literais.
- **Implicante Essencial** - Implicante Principal que é imprescindível na realização da função (existe pelo menos um "1" que só é coberto por ele).
- **Cobertura** - Uma coleção de implicantes que implementam a função (implementam todos os 1's da função).
- **Custo** - número de portas + número de entradas de todas as portas (assumiremos que as entradas primárias estão disponíveis tanto na forma verdadeira quanto complementada).

MCS42  
3.10

## Forma Produto-de-Somas (POS)

- Toda equação booleana pode ser descrita na forma POS
- Cada linha da tabela verdade é associada a um **maxtermo**
- Um **maxtermo** é uma soma (OR) de literais
- cada **maxtermo** é FALSE (0) para uma dada linha (e somente para essa linha)
- A função é formada pelo AND dos **maxtermos** para os quais a saída é False (0)
- Assim, a função é um produto (AND) de soma (termos OR)

A	B	Y	maxterm
0	0	0	$A + B$
0	1	1	$A + \bar{B}$
1	0	0	$\bar{A} + B$
1	1	1	$\bar{A} + \bar{B}$

$$Y = F(A, B, C) = (A + B)(\bar{A} + B)$$

MCS42  
3.11

## Síntese Usando Portas And, OR e Not

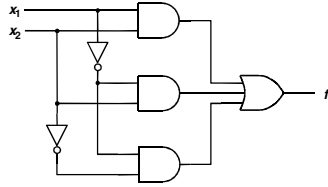
$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Implemente cada 1 da tabela verdade com um AND e Not's
- Faça um OR dos circuitos criados em A.
- Opcional: simplifique a função

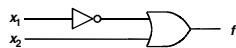
Soma de Produtos

MCS42  
3.12

### Síntese Usando Portas And, OR e Not



Canonical sum-of-products



Minimal-cost realization

MCS42  
3.13

### Síntese Usando Portas And, OR e Not

$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Implemente cada 0 da tabela verdade com um OR e Not
- Faça um AND dos circuitos criados em A.
- Opcional: simplifique a função

Produto de Somas

MCS42  
3.14

### Soma-de-Produtos e Produtos-de-Soma (SoP e PoS)

#### Mintermos e Maxtermos

- **Mintermo:** Implementa um "1" da tabela verdade
- **Maxtermo:** Implementa um "0" da tabela verdade

#### Forma canônica:

- de **Mintermos:** a expressão que representa a função possui todos os mintermos (não simplificados)
- de **Maxtermos:** a expressão que representa a função possui todos os maxtermos (não simplificados)

MCS42  
3.15

### Numeração de Mintermos e Maxtermos

Row number	$x_1$	$x_2$	$x_3$	Minterm	Maxterm
0	0	0	0	$m_0 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$	$M_0 = x_1 + x_2 + x_3$
1	0	0	1	$m_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2x_3$	$M_1 = x_1 + x_2 + \bar{x}_3$
2	0	1	0	$m_2 = \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$	$M_2 = x_1 + \bar{x}_2 + x_3$
3	0	1	1	$m_3 = \bar{x}_1x_2x_3$	$M_3 = x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$
4	1	0	0	$m_4 = x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$	$M_4 = \bar{x}_1 + x_2 + x_3$
5	1	0	1	$m_5 = x_1\bar{x}_2x_3$	$M_5 = \bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3$
6	1	1	0	$m_6 = x_1x_2\bar{x}_3$	$M_6 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3$
7	1	1	1	$m_7 = x_1x_2x_3$	$M_7 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3$

MCS42  
3.16

### Exemplo

Assuma que temos um salão com três portas e próximo a cada uma delas temos uma chave para acender/apagar a luz. Projete o circuito de controle que acende/apaga a luz do salão.

#### Solução:

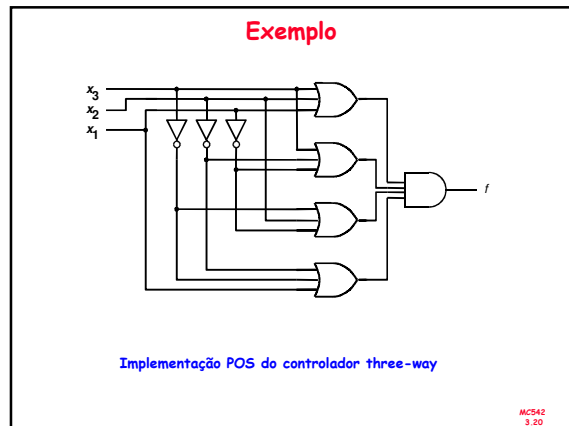
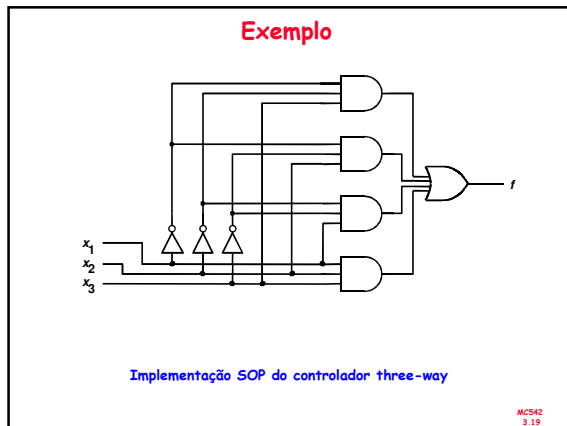
- $x_1$ ;  $x_2$  e  $x_3$  variáveis que indicam o estado das chaves 1, 2 e 3 (1 → fechada; 0 → aberta)
- Monte a tabela verdade que representa a função desejada, i.e: ao acionarmos uma chave (mudar seu estado) se a luz está apagada ela acende e vice-versa
- Sintetize o circuito de controle

MCS42  
3.17

### Exemplo: Tabela Verdade

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

MCS42  
3.18



**Álgebra Booleana**

- **Conjunto de Axiomas e Teoremas:** usados para simplificar equações Booleanas
- Similar à álgebra regular, porém mais simples em muitos casos já que as variáveis só podem ter dois valores (1 ou 0)
- **Axiomas e Teoremas obedecem aos princípios da dualidade:**
  - Trocando-se ANDs por ORs (e vice-versa) e 0's por 1's (e vice-versa)

MCS42  
3.21

**Axiomas e Teoremas**

Axiom	Dual	Name
A1 $B = 0$ if $B \neq 1$	A1' $B = 1$ if $B \neq 0$	Binary field
A2 $\bar{0} = 1$	A2' $\bar{1} = 0$	NOT
A3 $0 \cdot 0 = 0$	A3' $1 + 1 = 1$	AND/OR
A4 $1 \cdot 1 = 1$	A4' $0 + 0 = 0$	AND/OR
A5 $0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$	A5' $1 + 0 = 0 + 1 = 1$	AND/OR

Theorem	Dual	Name
T1 $B \cdot 1 = B$	T1' $B + 0 = B$	Identity
T2 $B \cdot 0 = 0$	T2' $B + 1 = 1$	Null Element
T3 $B \cdot B = B$	T3' $B + B = B$	Idempotency
T4 $\overline{\overline{B}} = B$		Involution
T5 $B \cdot \overline{B} = 0$	T5' $B + \overline{B} = 1$	Complements

MCS42  
3.22

**Teoremas**

Theorem	Dual	Name
T6 $B \cdot C = C \cdot B$	T6' $B + C = C + B$	Commutativity
T7 $(B \cdot C) \cdot D = B \cdot (C \cdot D)$	T7' $(B + C) + D = B + (C + D)$	Associativity
T8 $(B \cdot C) + B \cdot D = B \cdot (C + D)$	T8' $(B + C) \cdot (B + D) = B + (C \cdot D)$	Distributivity
T9 $B \cdot (B + C) = B$	T9' $B + (B \cdot C) = B$	Covering
T10 $(B \cdot C) + (B \cdot \overline{C}) = B$	T10' $(B + C) \cdot (B + \overline{C}) = B$	Combining
T11 $(B \cdot C) + (\overline{B} \cdot D) + (C \cdot D) = B \cdot C + \overline{B} \cdot D$	T11' $(B + C) \cdot (\overline{B} + D) \cdot (C + D) = (B + C) \cdot (\overline{B} + D)$	Consensus
T12 $\overline{B_0 \cdot B_1 \cdot B_2 \dots} = (\overline{B_0} + \overline{B_1} + \overline{B_2} \dots)$	T12' $\overline{B_0 + B_1 + B_2 \dots} = (\overline{B_0} \cdot \overline{B_1} \cdot \overline{B_2} \dots)$	De Morgan's Theorem

MCS42  
3.23

**Axiomas e Teoremas**

- **As Demonstrações podem ser feitas usando-se:**
  - Indução Perfeita
  - Gráfica (Diagrama de Venn)
  - Manipulação Algébrica

**Precedência dos Operadores**

1. Not
2. AND
3. OR

MCS42  
3.24

### Prova do Teorema de De Morgan

$$\overline{x \cdot y} = \bar{x} + \bar{y}$$

Indução Perfeita

$x$	$y$	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} + \bar{y}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

LHS
RHS

MCS42 3.25

### Prova do Teorema da Distribuição

$$x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$$

Diagrama de Venn

MCS42 3.26

### Manipulação Algébrica

$$Y = \overline{A}B + AB$$

$$= (\overline{A} + A)B \quad \text{T8}$$

$$= (1)B \quad \text{T5'}$$

$$= B \quad \text{T1}$$

MCS42 3.27

### Manipulação Algébrica

$$Y = B(AB + ABC)$$

$$= B(AB(1 + C)) \quad \text{T8}$$

$$= B(AB(1)) \quad \text{T2'}$$

$$= B(AB) \quad \text{T1}$$

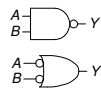
$$= A(BB) \quad \text{T7}$$

$$= AB \quad \text{T3}$$

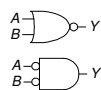
MCS42 3.28

### Teorema De Morgan

$$Y = \overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$$

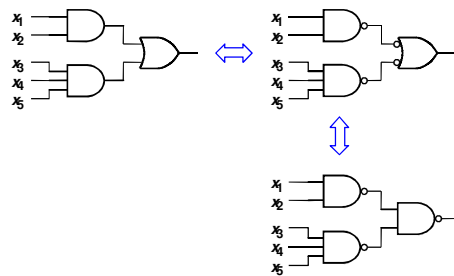


$$Y = \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

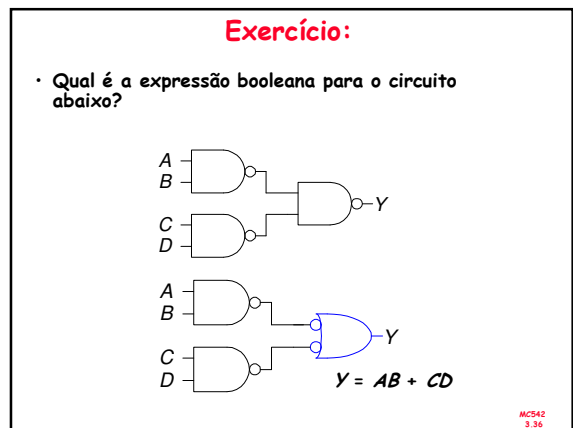
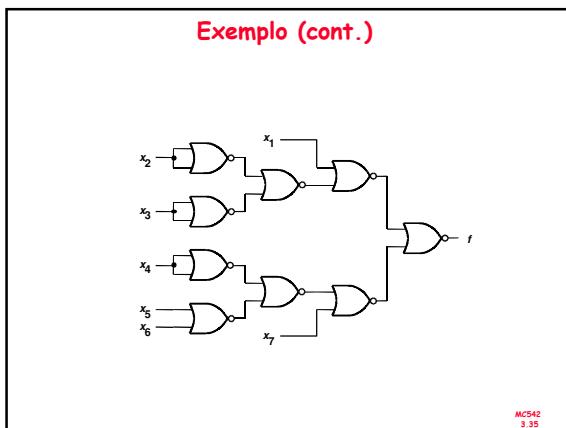
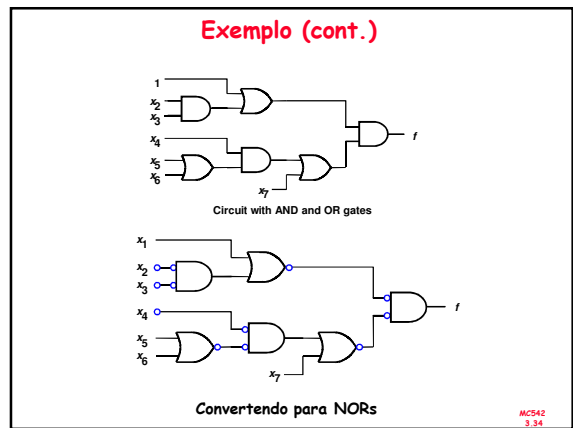
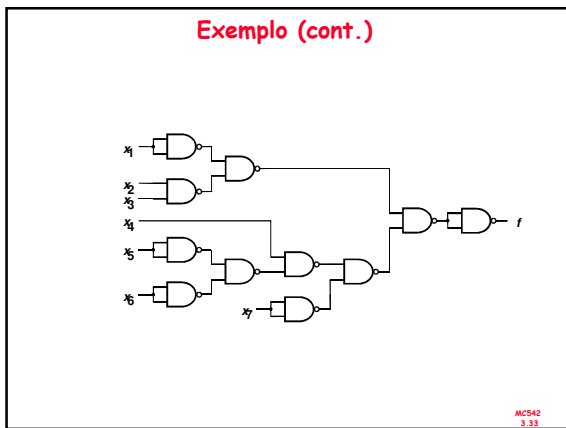
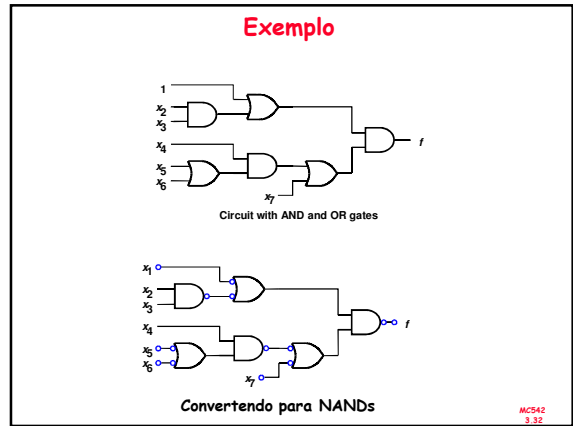
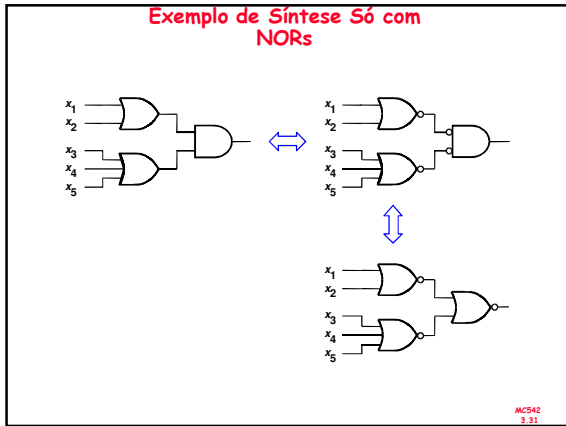


MCS42 3.29

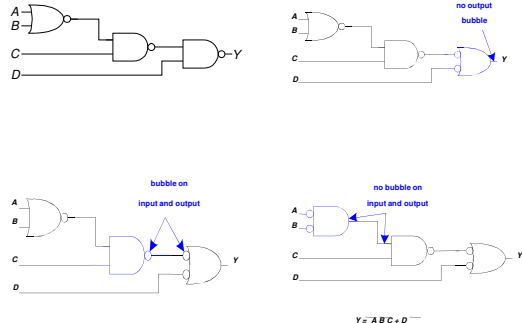
### Exemplo de Síntese Só com NANDs



MCS42 3.30



### Técnica Bubble Pushing

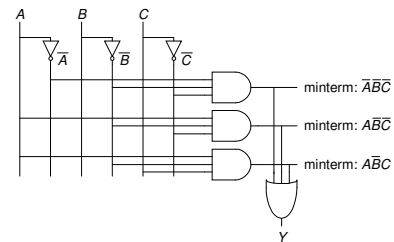


MC542 3.37

### Síntese Lógica

• Lógica em dois níveis: ANDs seguidos de OR

• Exemplo:  $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$



MC542 3.38

### Circuitos Multi-Saídas

$A_3$	$A_2$	$A_1$	$A_0$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0

MC542 3.39

### Circuitos Multi-Saídas

$A_3$	$A_2$	$A_1$	$A_0$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0

MC542 3.40

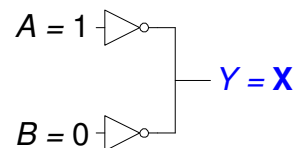
### Don't Cares

$A_3$	$A_2$	$A_1$	$A_0$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0

MC542 3.41

### Contenção: X

• Contenção (conflito): o circuito tenta colocar a saída em 1 e 0

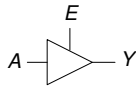


MC542 3.42

### Alta Impedância: Z

- A saída fica isolada das entradas

#### Tristate Buffer



E	A	Y
0	0	Z
0	1	Z
1	0	0
1	1	1

MCS42 3.43

### Simplificação de Funções Lógicas

Row number	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$$f = \sum m(0, 2, 4, 5, 6)$$

Função Mínima?

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2}$$

Como determinar f mínima?

MCS42 3.44

### Karnaugh Maps (K-Maps)

- Funções Booleanas podem ser minimizadas combinando-se termos
- K-maps minimiza as expressões graficamente
- $PA + P\overline{A} = P$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Y	AB	00	01	11	10
C	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	

Y	AB	00	01	11	10
C	0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}B\overline{C}$	$\overline{A}BC$
1	$\overline{A}\overline{B}C$	$\overline{A}BC$	$ABC$	$A\overline{B}C$	

MCS42 3.45

### Simplificação de Funções Lógicas

- $m_0$  e  $m_2$  ?

$$m_0 = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \quad m_2 = \overline{x_1} x_2 \overline{x_3}$$

$$\searrow \quad \swarrow$$

$$\overline{x_1} \overline{x_3}$$

MCS42 3.46

### Simplificação de Funções Lógicas

$$f = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} + \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} + x_1 x_2 \overline{x_3} + \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} x_2 x_3 + x_1 \overline{x_2} x_3 + x_1 x_2 x_3$$

O Mapa de Karnaugh agrupa os mintermos "simplificáveis" de forma gráfica facilitando o processo de duplicação de termos.  
( $x = x + x$ )

MCS42 3.47

### Mapa de Karnaugh 2 variáveis

$x_1$	$x_2$	
0	0	$m_0$
0	1	$m_1$
1	0	$m_2$
1	1	$m_3$

Truth table

$x_2$	$x_1$	0	1
0	$m_0$	$m_2$	
1	$m_1$	$m_3$	

Karnaugh map

MCS42 3.48



### Exemplo de uso do Mapa K

$f = \Sigma(m_0, m_1, m_3)$

	$x_1$	0	1
$x_2$	0	$m_0$	$m_2$
	1	$m_1$	$m_3$

	$x_1$	0	1
$x_2$	0	1	0
	1	1	1

$f = x_2 + \bar{x}_1$

MCS42 3.49

### Mapa de Karnaugh 3 variáveis

$x_1$	$x_2$	$x_3$	
0	0	0	$m_0$
0	0	1	$m_1$
0	1	0	$m_2$
0	1	1	$m_3$
1	0	0	$m_4$
1	0	1	$m_5$
1	1	0	$m_6$
1	1	1	$m_7$

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3$	0	$m_0$	$m_2$	$m_6$	$m_4$
	1	$m_1$	$m_3$	$m_7$	$m_5$

Karnaugh map

Truth table

MCS42 3.50

### Exemplos de Uso do Mapa K para 3 variáveis

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3$	0	0	0	1	1
	1	1	0	0	1

$f = x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_3$

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3$	0	1	1	1	1
	1	0	0	0	1

$f = \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2$

MCS42 3.51

### Mapa de Karnaugh 4 variáveis

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3 x_4$	00	$m_0$	$m_4$	$m_{12}$	$m_8$
	01	$m_1$	$m_5$	$m_{13}$	$m_9$
	11	$m_3$	$m_7$	$m_{15}$	$m_{11}$
	10	$m_2$	$m_6$	$m_{14}$	$m_{10}$

MCS42 3.52

### Exemplos de Uso do Mapa K para 4 variáveis

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3 x_4$	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

$f_1 = \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_3 x_4$

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3 x_4$	00	0	0	0	0
	01	0	0	1	1
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

$f_2 = x_3 + x_1 x_4$

MCS42 3.53

### Exemplos de Uso do Mapa K para 4 variáveis

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3 x_4$	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	0
	10	1	1	0	1

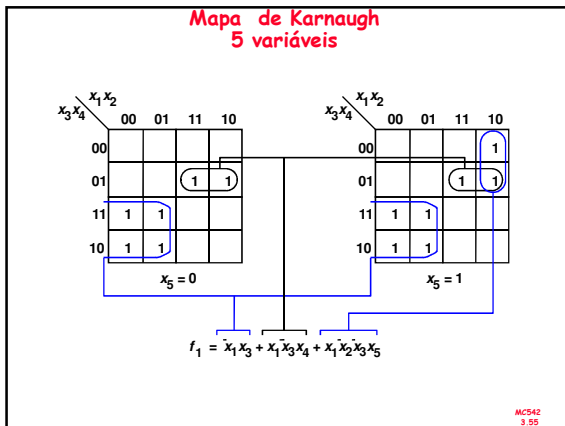
$f_3 = \bar{x}_2 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_3 + x_2 x_3 x_4$

	$x_1 x_2$	00	01	11	10
$x_3 x_4$	00	1	1	1	0
	01	1	1	1	0
	11	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

$f_4 = \bar{x}_1 \bar{x}_3 + x_1 x_3 + \bar{x}_2 x_3$

MCS42 3.54



### Minimização

• Terminologia:

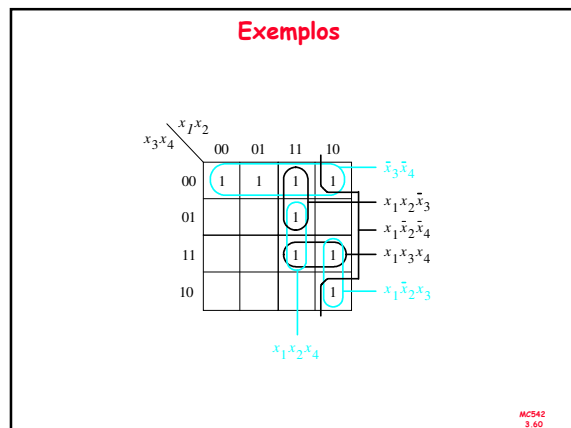
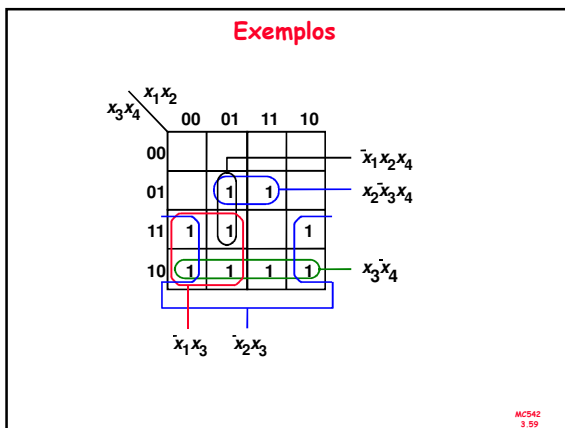
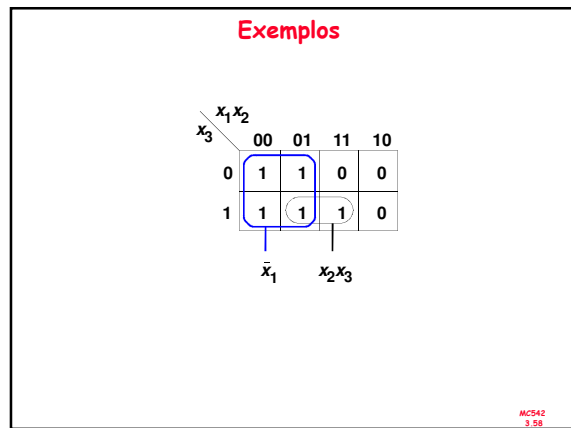
- **Literal** - Uma variável complementada ou não em um termo produto
- **Implicante** - Um termo produto que implementa um ou mais 1's da função. Exemplo: um mintermo é um implicante; um produto gerado pela simplificação de uma variável de dois mintermos é um implicante.
- **Implicante Principal** - Um implicante que não pode ser simplificado em outro implicante com menos literais.
- **Implicante Essencial** - Implicante Principal que é imprescindível na realização da função (existe pelo menos um "1" que só é coberto por ele).
- **Cobertura** - Uma coleção de implicantes que implementam a função (implementam todos os 1's da função).
- **Custo** - número de portas + número de entradas de todas as portas (assumiremos que as entradas primárias estão disponíveis tanto na forma verdadeira quanto complementada).

MCS42  
3.56

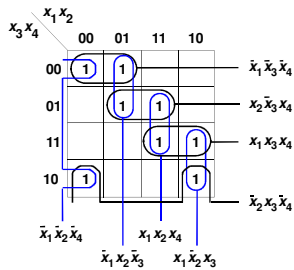
### Uso do Mapa K

1. Represente todos mintermos da função no mapa K
2. Determine todos os implicantes principais
3. Determine o conjunto dos Implicantes Essenciais
4. Se o conjunto dos implicantes essenciais cobre todos os valores 1's da função, então tem-se a função de custo mínimo. Caso contrário, determine o conjunto de custo mínimo, usando os implicantes principais, que cobre os 1's não cobertos pelo conjunto de implicantes essenciais.

MCS42  
3.57

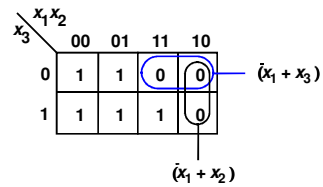


### Exemplos



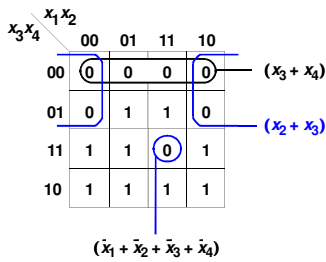
MCS42 3.61

### Minimização de Produto-de-Somas



MCS42 3.62

### Exemplo

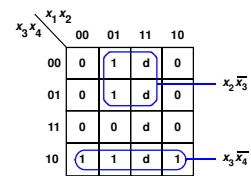


MCS42 3.63

### Funções Incompletamente Especificadas

- Sabe-se, pela natureza do problema, que determinadas combinações dos possíveis valores para as entradas não ocorrem durante a operação do sistema que se deseja projetar.

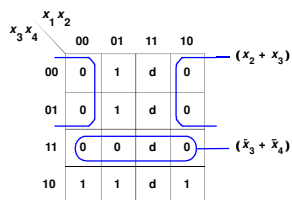
$$f = \sum m(2, 4, 5, 6, 10) + D(12, 13, 14, 15)$$



MCS42 3.64

### Funções Incompletamente Especificadas

Implementada como Produto-de-Somas

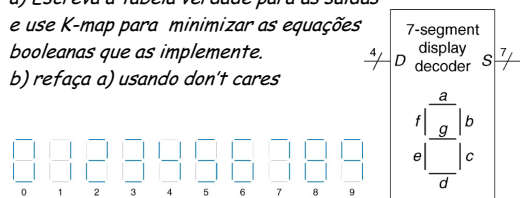


MCS42 3.65

### Exercício

- Um decodificador de sete-segmentos tem 4 bits de entrada,  $D_{3:0}$ , e produz sete saídas que controlam diodos emissores de luz que mostram valores de 0 a 9. As setes saídas, normalmente, são denominadas de segmento  $a$  a  $g$ , ou  $S_a$ - $S_g$  como mostrado na figura abaixo.

- Escreva a tabela verdade para as saídas e use K-map para minimizar as equações booleanas que as implemente.
- refaça a) usando don't cares



MCS42 3.66

## Blocos Básicos

- Multiplexadores (MUX)
- Decodificadores

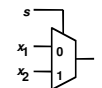
MCS42  
3.67

## Multiplexadores (MUX)

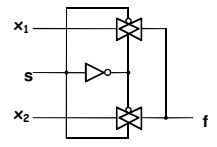
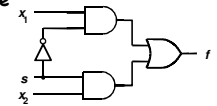
- Seleciona uma de  $N$  entrada como saída.
- $\log_2 N$ -bit de entrada de controle
- Exemplo:

2:1 Mux

$s$	$x_1$	$x_2$	$f(s, x_1, x_2)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

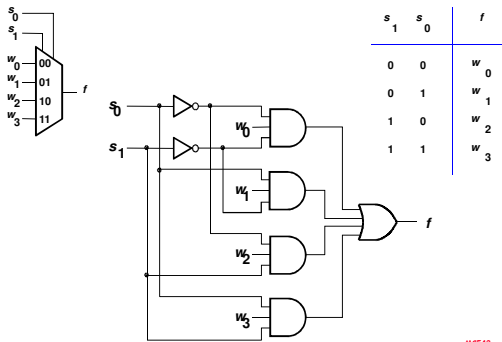


$s$	$f(s, x_1, x_2)$
0	$x_1$
1	$x_2$



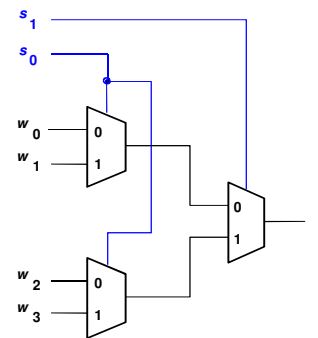
transmission gates MCS42  
3.68

## Multiplexador: 4 para 1 (4:1)



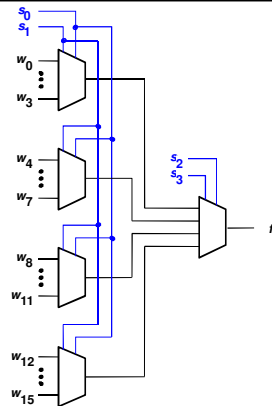
MCS42  
3.69

## Mux 4:1 a partir de Mux 2:1



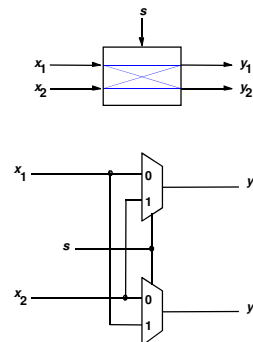
MCS42  
3.70

## Mux 16:1



MCS42  
3.71

## Exemplo de Uso de Mux 2x2 crossbar switch



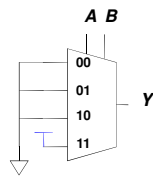
MCS42  
3.72

### Lógica Usando Mux

- Usando o mux como uma lookup table

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

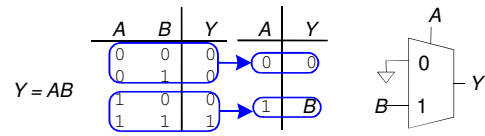
$Y = AB$



MCS42  
3.73

### Implementando Funções com Mux

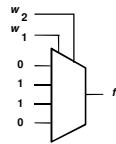
- Reduzindo o tamanho do Mux



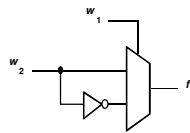
MCS42  
3.74

### Síntese de Funções Lógicas Usando MUX

$w_1$	$w_2$	$f$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



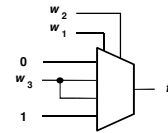
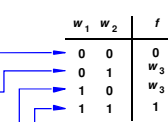
$w_1$	$w_2$	$f$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



MCS42  
3.75

### Exemplo

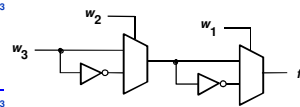
$w_1$	$w_2$	$w_3$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



MCS42  
3.76

### Exemplo

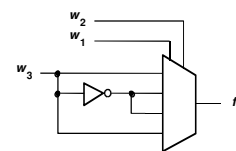
$w_1$	$w_2$	$w_3$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



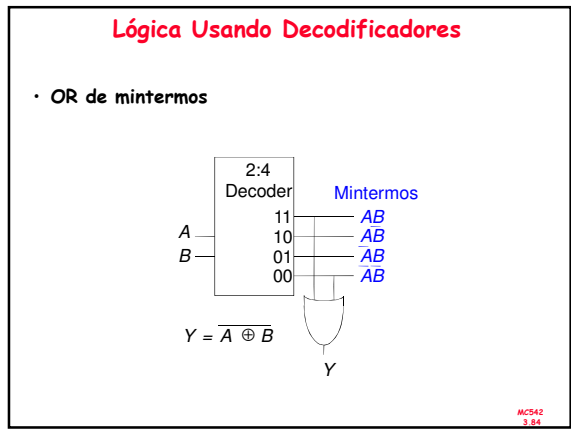
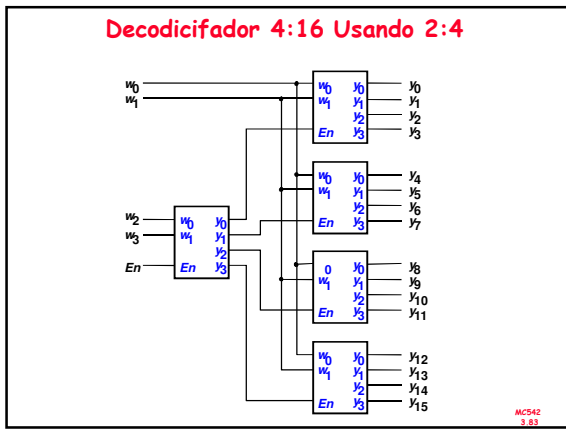
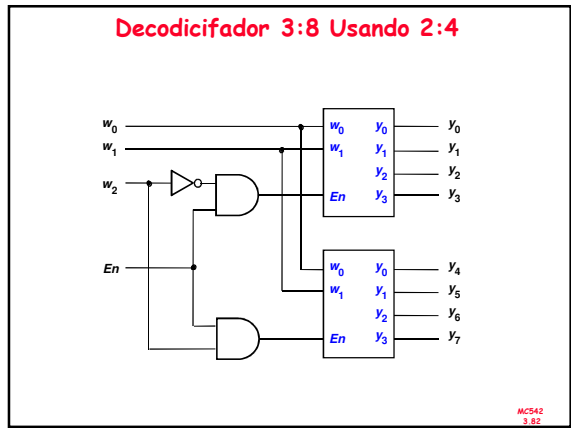
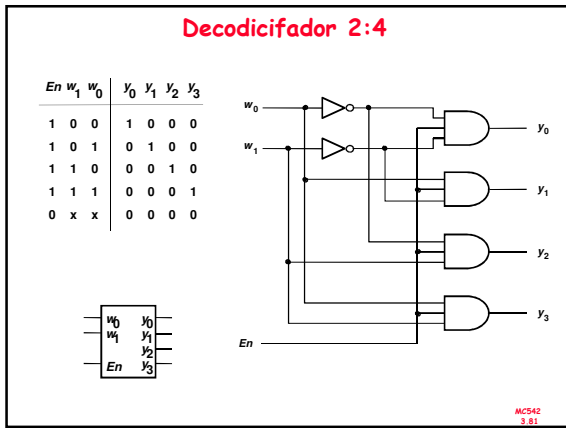
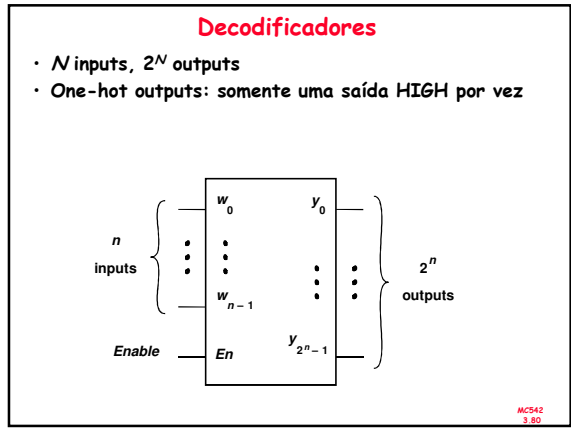
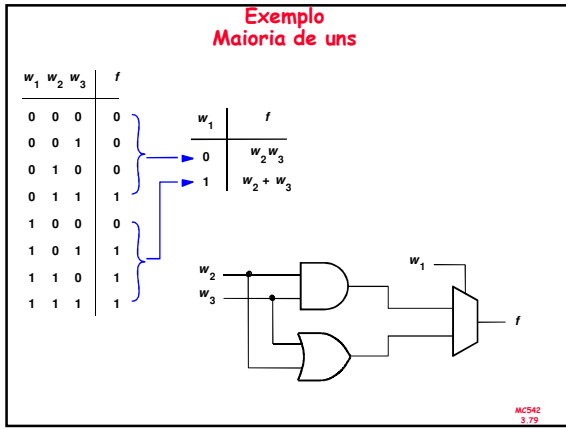
MCS42  
3.77

### Exemplo

$w_1$	$w_2$	$w_3$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

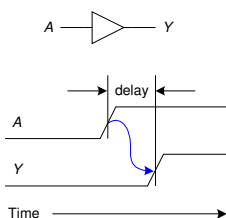


MCS42  
3.78



### Timing

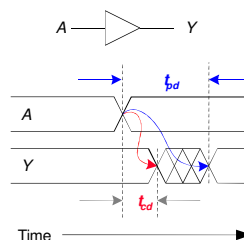
- Delay: atraso entre a mudança na entrada e na saída
- Um dos maiores desafios em projeto de circuitos: tornar o circuito mais rápido



MCS42  
3.85

### Delay: Propagação e Contaminação

- Propagation delay:  $t_{pd} = \max$  delay da entrada à saída
- Contamination delay:  $t_{cd} = \min$  delay da entrada à saída



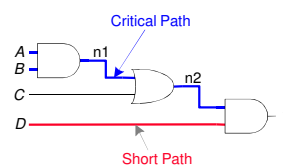
MCS42  
3.86

### Delay: Propagação e Contaminação

- Os atrasos são causados por
  - Capacitância e
  - Resistências no circuito
- Razões porque  $t_{pd}$  and  $t_{cd}$  podem ser diferentes:
  - Diferentes tempos de subida (*rising*) e de descida (*falling*)
  - Múltiplas entradas e saídas, algumas podem ser mais rápidas do que as outras
  - Circuito mais lento quando quente e mais rápido quando frio

MCS42  
3.87

### Caminhos: Críticos e Curtos



Critical (Long) Path:  $t_{pd} = 2t_{pd\_AND} + t_{pd\_OR}$   
 Short Path:  $t_{cd} = t_{cd\_AND}$

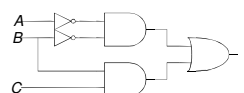
MCS42  
3.88

### Glitches

- Um **glitch** ocorre quando uma mudança em uma entrada causa múltiplas mudanças na saída
- **Glitches** não causam problemas se seguirmos as convenções de projetos síncronos
- É importante reconhecer um **glitch** quando se vê um em uma simulação ou em um osciloscópio

MCS42  
3.89

### Exemplo de Glitch

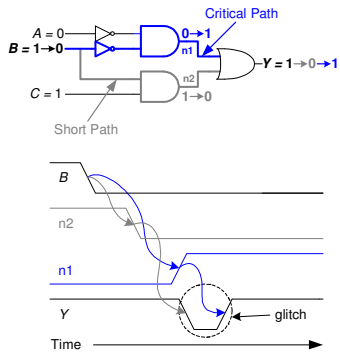


Y	AB	00	01	11	10
0	1	0	0	0	
1	1	1	1	0	

$Y = \overline{A}B + BC$

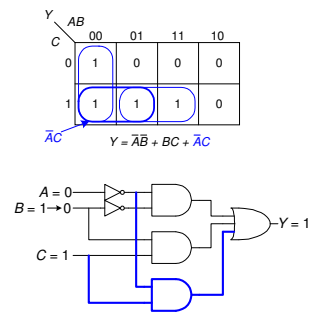
MCS42  
3.90

### Exemplo de Glitch (cont.)



MC542  
3.21

### Exemplo de Glitch (cont.)



MC542  
3.22