MC542

Organização de Computadores
Teoria e Prática

2006

Prof. Paulo Cesar Centoducatte

ducatte@ic.unicamp.br

www.ic.unicamp.br/~ducatte

MC542

Circuitos Lógicos

Implementação de Funções Lógicas Otimizadas

"Fundamentals of Digital Logic with VHDL Design" - (Capítulo 4)

Implementação de Funções Lógicas Otimizadas
Sumário

- Mapa de Karnaugh

Simplificação de Funções Lógicas

Row number	x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$f = \Sigma\, m(0, 2, 4, 5, 6)$

Função Mínima?

$f = \overline{x}_1 \overline{x}_2$

Como determinar f mínima?

Simplificação de Funções Lógicas

- mo e m2 ?

$m_0 = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,\overline{x_3}$ $\qquad$ $m_2 = \overline{x_1}\,x_2\,\overline{x_3}$

$\overline{x_1}\,\overline{x_3}$

Simplificação de Funções Lógicas

$$f = \overline{x}_1\, \overline{x}_2\, \overline{x}_3 + \overline{x}_1\, x_2\, \overline{x}_3 + x_1\, \overline{x}_2\, \overline{x}_3 + x_1\, \overline{x}_2\, x_3 + x_1\, x_2\, \overline{x}_3$$

O Mapa de Karnaugh agrupa os míntermos "simplificáveis" de forma gráfica facilitando o processo de duplicação de termos.

$(x = x + x)$

Mapa de Karnaugh
2 variáveis

x_1	x_2	
0	0	m_0
0	1	m_1
1	0	m_2
1	1	m_3

Truth table

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	m_0	m_2
1	m_1	m_3

Karnaugh map

Exemplo de uso do Mapa K

$f = \Sigma(m_0, m_1, m_3)$

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	m_0	m_2
1	m_1	m_3

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	1	0
1	1	1

$$f = \underbrace{x_2}_{} + \underbrace{\bar{x}_1}_{}$$

Mapa de Karnaugh
3 variáveis

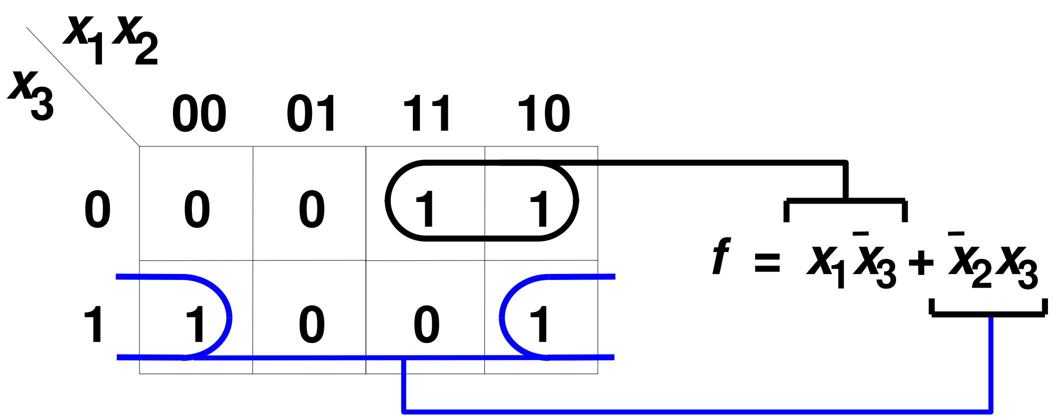
x_1	x_2	x_3	
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

Truth table

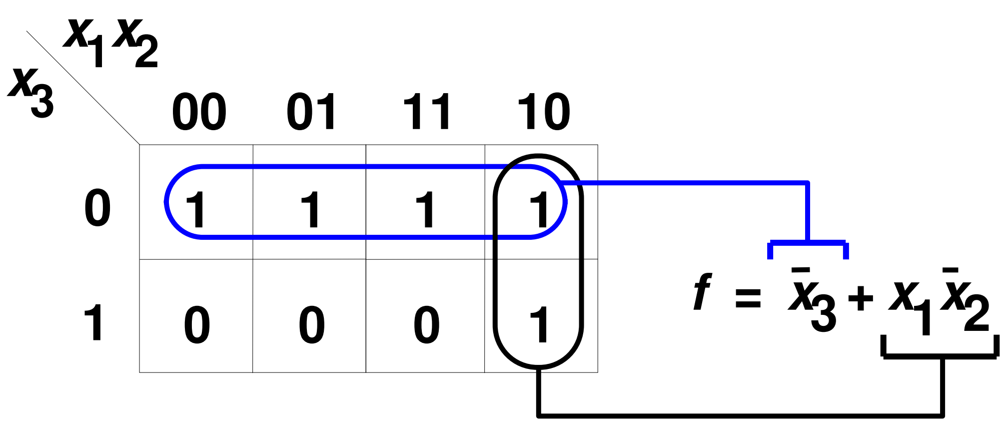
x_3 \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
0	m_0	m_2	m_6	m_4
1	m_1	m_3	m_7	m_5

Karnaugh map

Exemplos de Uso do Mapa K para 3 variáveis



$$f = x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_3$$



$$f = \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2$$

Mapa de Karnaugh
4 variáveis

x_1

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	m_0	m_4	m_{12}	m_8
01	m_1	m_5	m_{13}	m_9
11	m_3	m_7	m_{15}	m_{11}
10	m_2	m_6	m_{14}	m_{10}

x_2

x_3

x_4

Exemplos de Uso do Mapa K para 4 variáveis

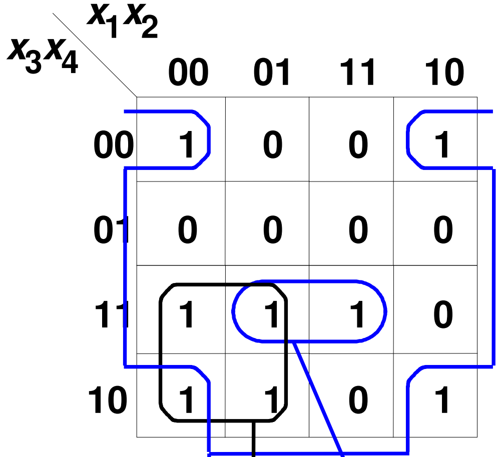
$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$f_1 = \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_3 x_4$$

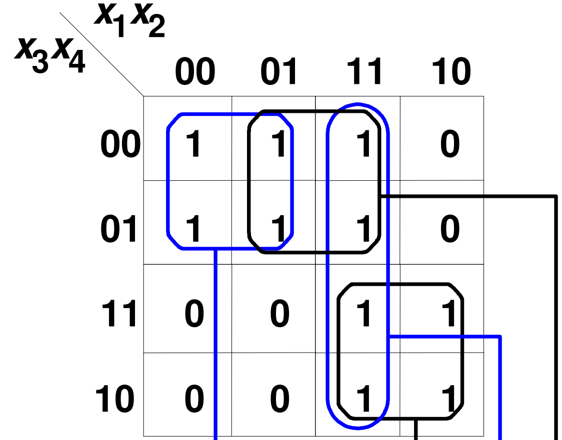
$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$f_2 = x_3 + x_1 x_4$$

Exemplos de Uso do Mapa K
para 4 variáveis

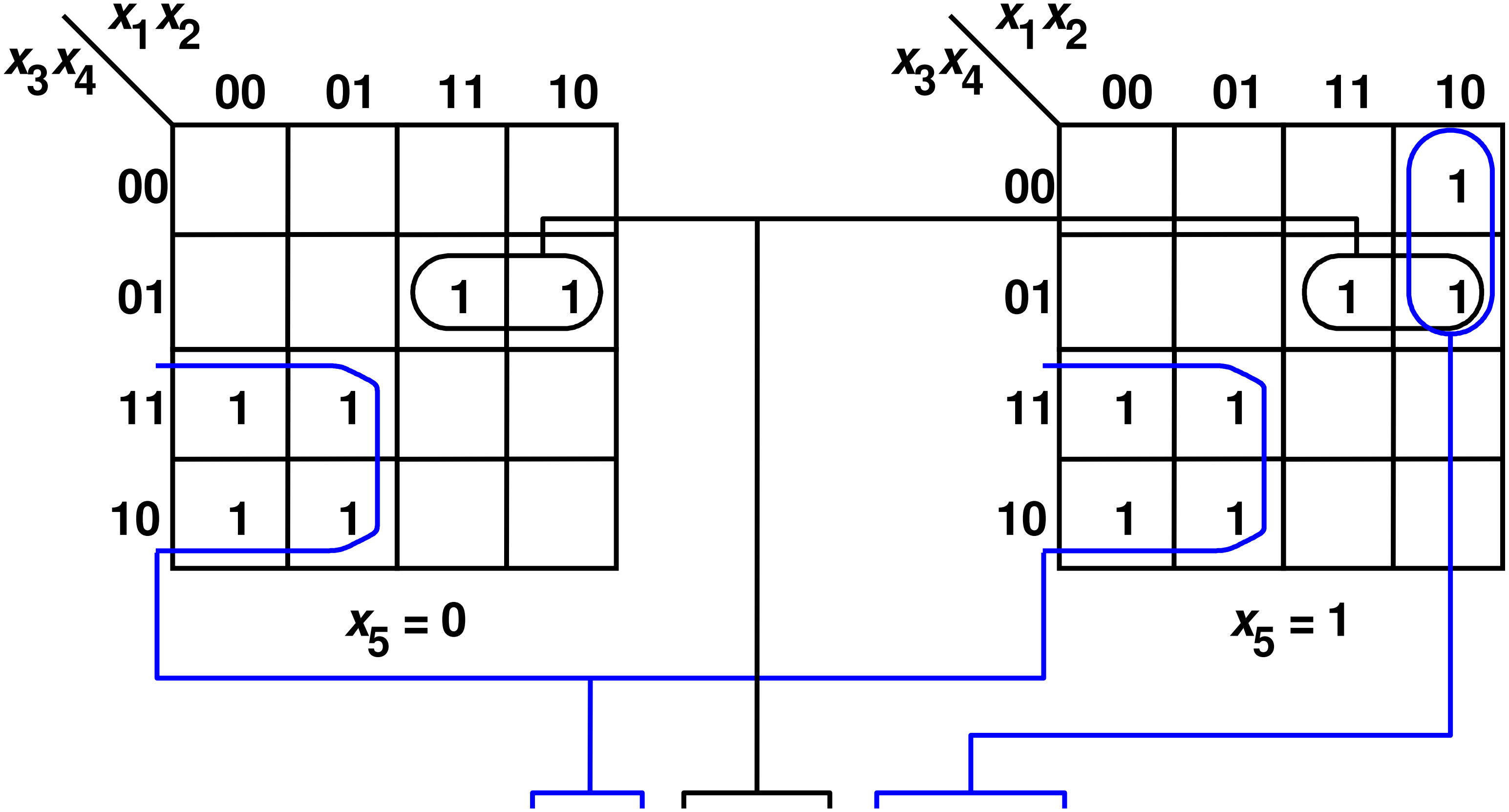


$$f_3 = \bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1x_3 + x_2x_3x_4$$



$$f_4 = \bar{x}_1\bar{x}_3 + x_1x_3 + x_1x_2 \text{ or } x_2\bar{x}_3$$

Mapa de Karnaugh
5 variáveis



$$f_1 = \bar{x}_1 x_3 + x_1 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_5$$

Minimização

- **Terminologia:**

  - **Literal** - Uma variável complementada ou não em um termo produto

  - **Implicante** – Um termo produto que implementa um ou mais 1´s da função. Exemplo: um míntermo é um implicante; um produto gerado pela simplificação de uma váriável de dois míntermos é um implicante.

  - **Implicante Principal** – Um implicante que não pode ser simplificado em outro implicante com menos literais.

  - **Implicante Essencial** – Implicante Principal que é imprecindivel na realização da função (existe pelo menos um "1" que só é coberto por ele).

  - **Cobertura** – Uma coleção de implicantes que implementam a função (implementam todos os 1´s da função).

  - **Custo** – número de portas + número de entradas de todas as portas (assumiremos que as entrads primárias estão disponíveis tanto na forma verdadeira quanto complementada).

Uso do Mapa K

1. Represente todos mintermos da função no mapa K

2. Determine todos os implicantes principais

3. Determine o conjunto dos Implicantes Essenciais

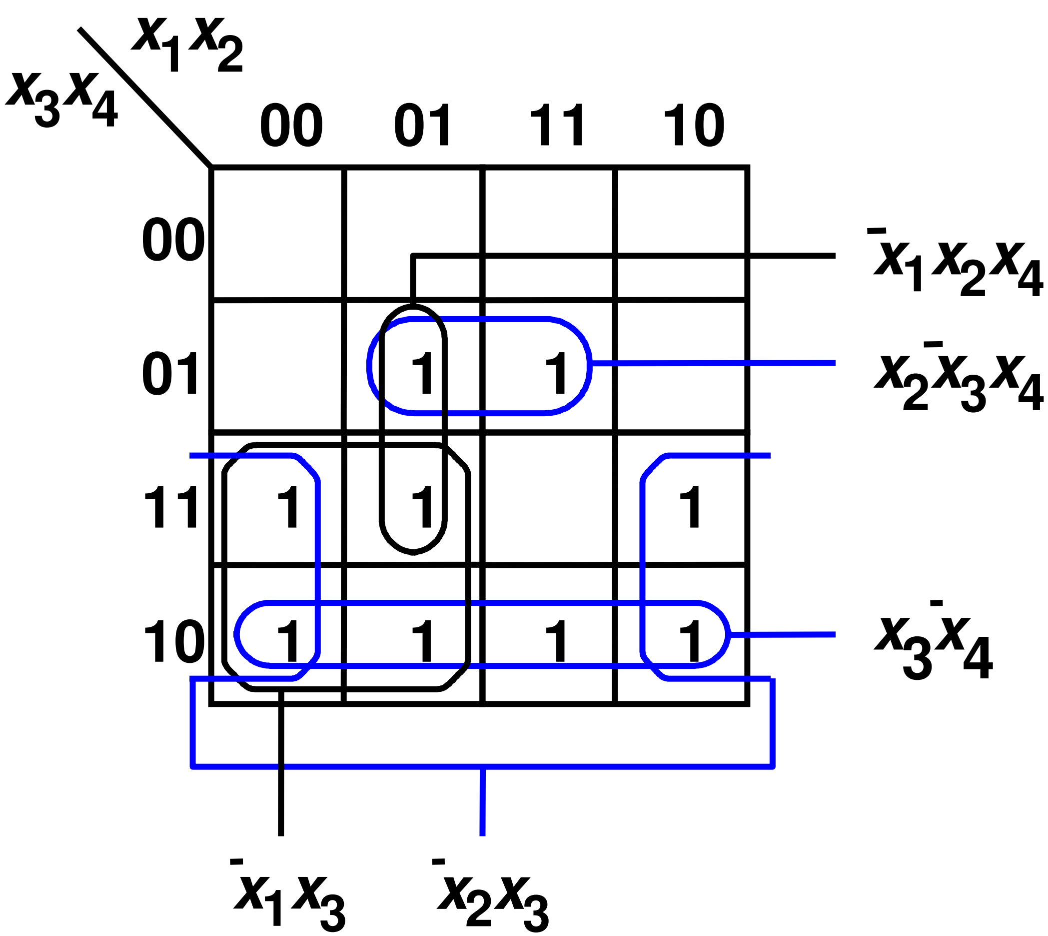
4. Se o conjunto dos implicantes essenciais cobre todos os valores 1´s da função, então tem-se a função de custo mínimo. Caso contrário, determine o conjunto de custo mínimo, usando os implicantes principais, que cobre os 1´s não cobertos pelo conjunto de implicantes essenciais.

Exemplos

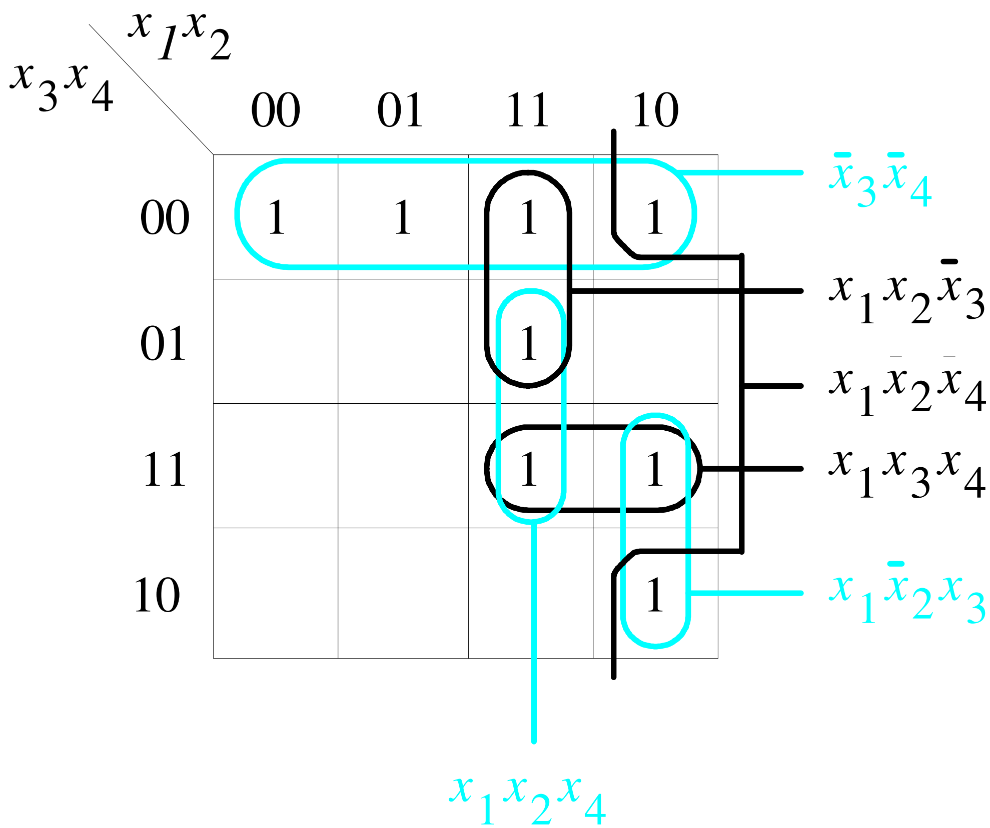
x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$\bar{x}_1$ $\qquad$ x_2x_3

Exemplos

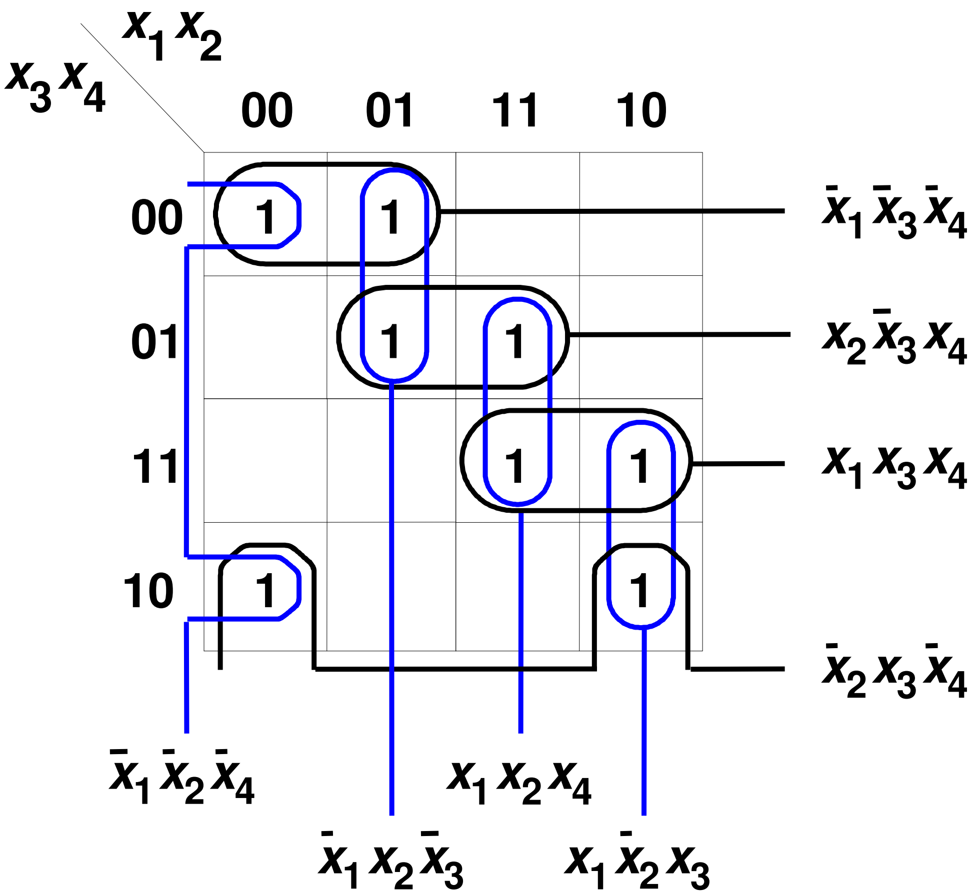

x_1x_2
x_3x_4
00
01
11
10
00
01
11
10
1
1
1
1
1
1
1
1
1
$\bar{x}_1x_2x_4$
$x_2\bar{x}_3x_4$
$x_3\bar{x}_4$
$\bar{x}_1x_3$
$\bar{x}_2x_3$

Exemplos



x_1x_2
x_3x_4
00
01
11
10
00
01
11
10
1
1
1
1
1
1
1
1
$\bar{x}_3\bar{x}_4$
$x_1x_2\bar{x}_3$
$x_1\bar{x}_2\bar{x}_4$
$x_1x_3x_4$
$x_1\bar{x}_2x_3$
$x_1x_2x_4$

Exemplos



$x_1 x_2$
$x_3 x_4$
00
01
11
10
00
01
11
10
1
1
1
1
1
1
1
1
$\bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_4$
$x_2 \bar{x}_3 x_4$
$x_1 x_3 x_4$
$\bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$
$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4$
$x_1 x_2 x_4$
$\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
$x_1 \bar{x}_2 x_3$

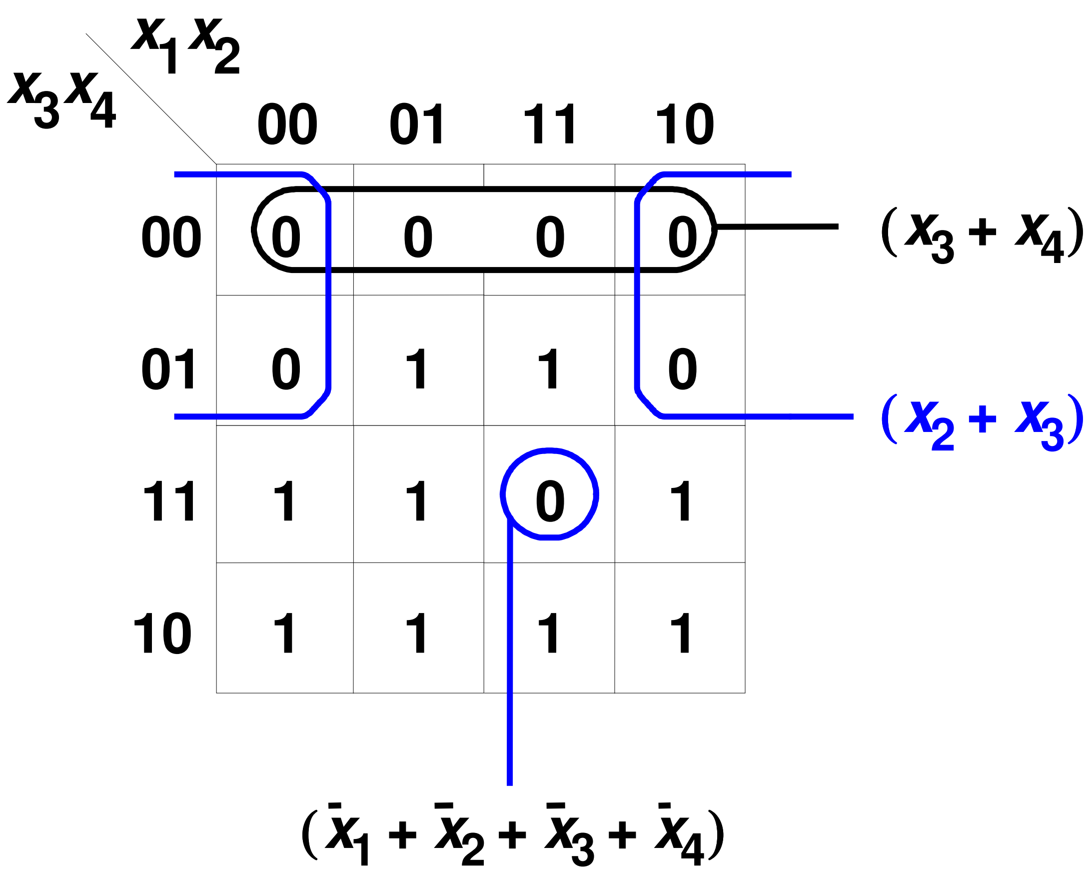
Minimização de Produto-de-Somas

x_3 \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$(\bar{x}_1 + x_3)$

$(\bar{x}_1 + x_2)$

Exemplo

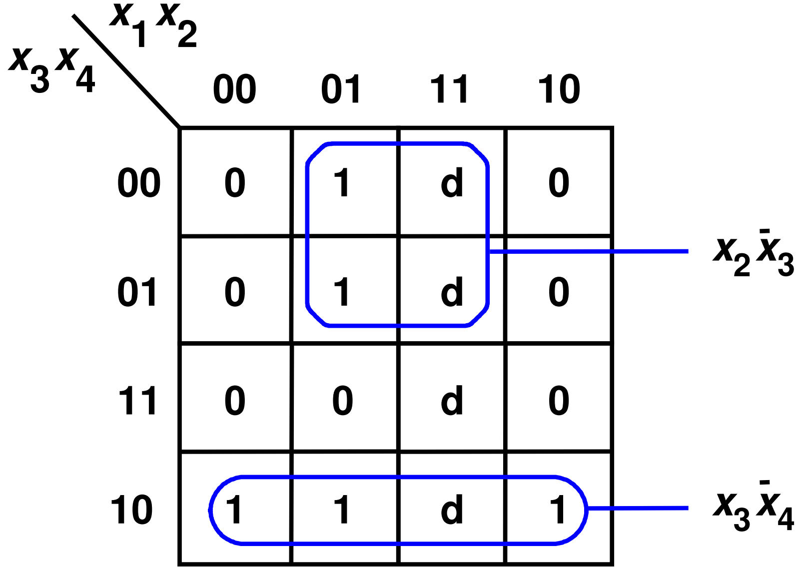


$x_1 x_2$
$x_3 x_4$
00 01 11 10
00 0 0 0 0
01 0 1 1 0
11 1 1 0 1
10 1 1 1 1
$(x_3 + x_4)$
$(x_2 + x_3)$
$(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)$

Funções Incompletamente Especificadas

- **Sabe-se, pela natureza do problema, que determinadas combinações dos possíveis valores para as entradas não ocorrem durante a operação do sistema que se deseja projetar.**

$$f = \Sigma\, m(2, 4, 5, 6, 10) + D(12, 13, 14, 15)$$



Funções Incompletamente Especificadas

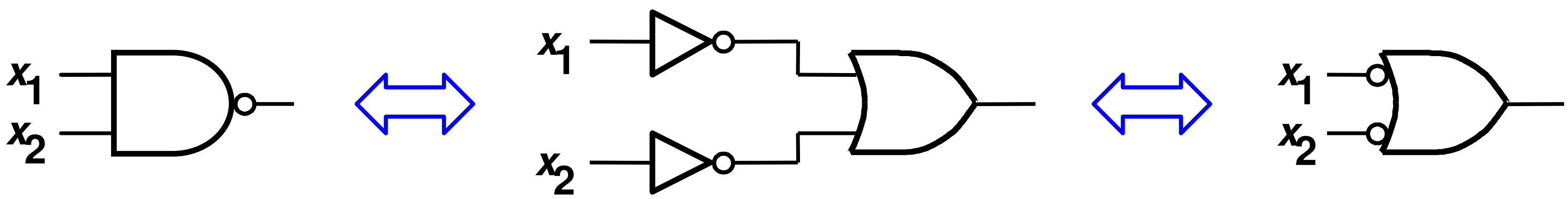
Implementada como Produto-de-Somas

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	d	0
01	0	1	d	0
11	0	0	d	0
10	1	1	d	1

$(x_2 + x_3)$

$(\bar{x}_3 + \bar{x}_4)$

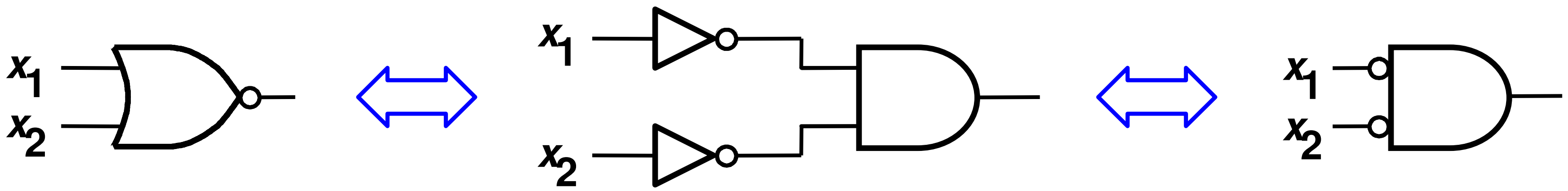
Redes Lógicas Com NAND



$$\overline{x_1 x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$$

DeMorgan

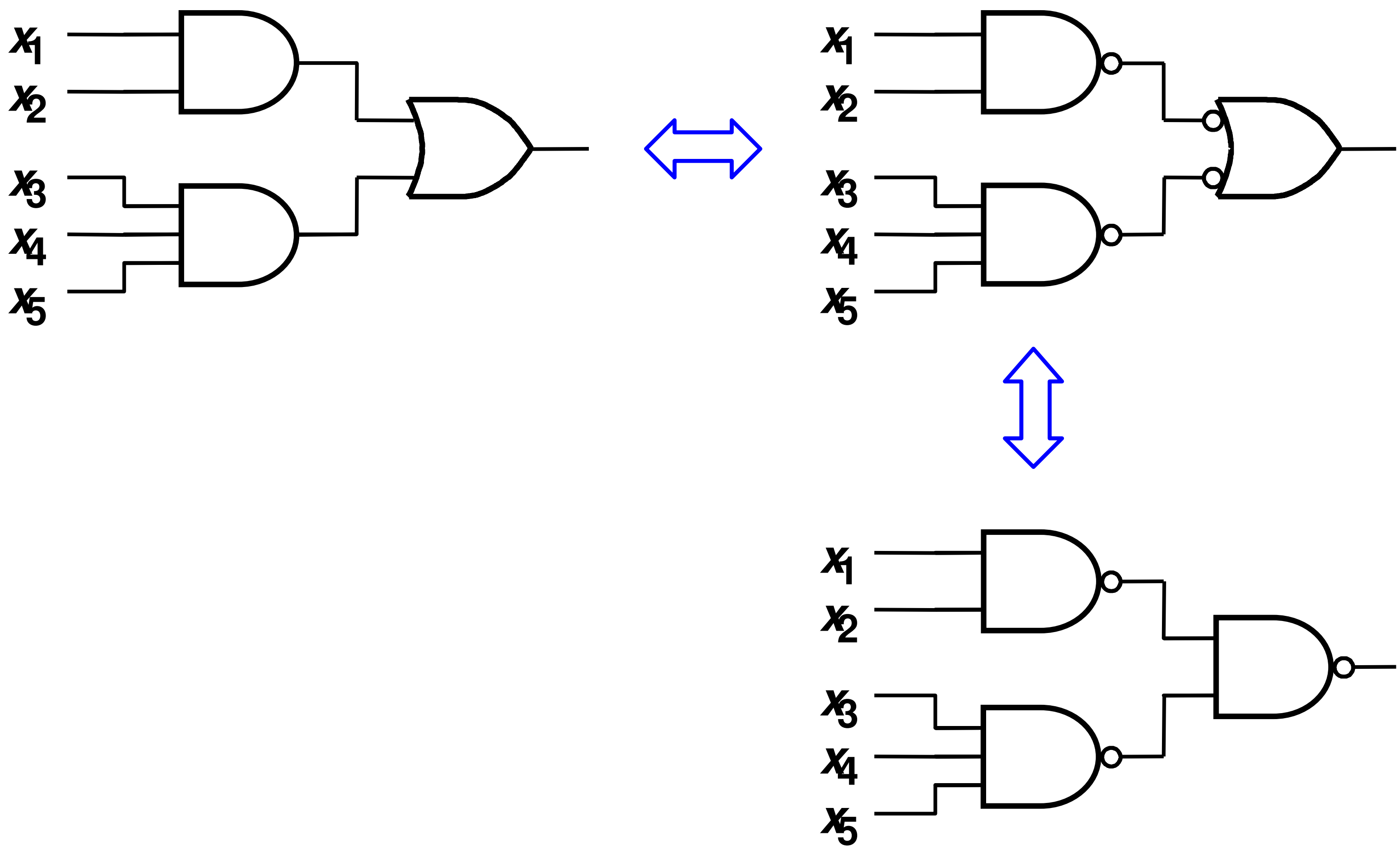
Redes Lógicas Com NOR



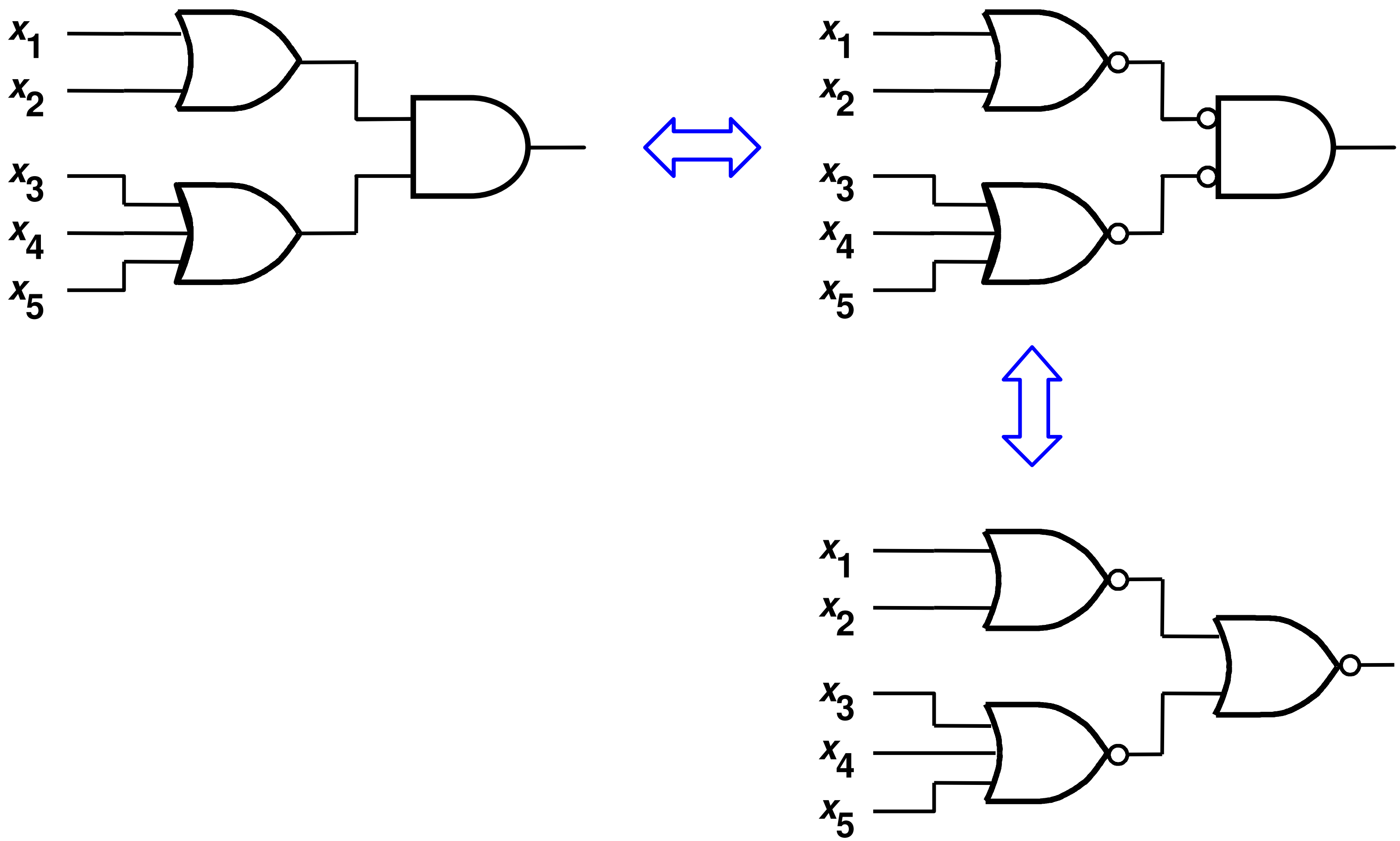
$$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

DeMorgan

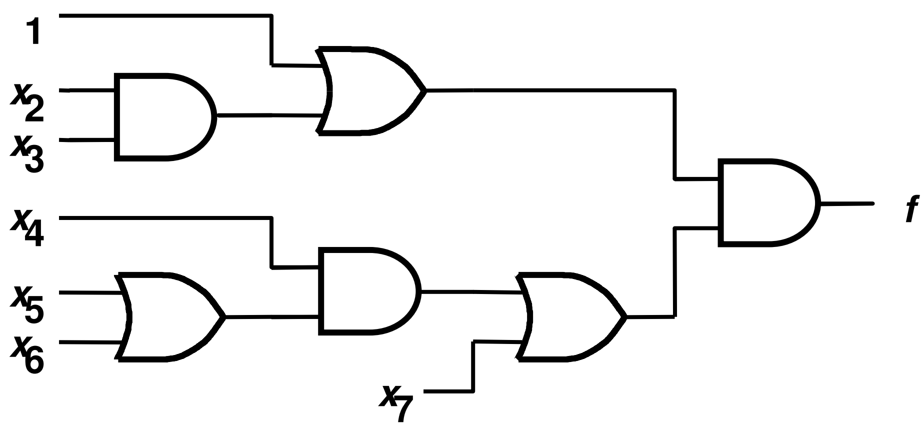
Exemplo de Síntese Só com NANDs



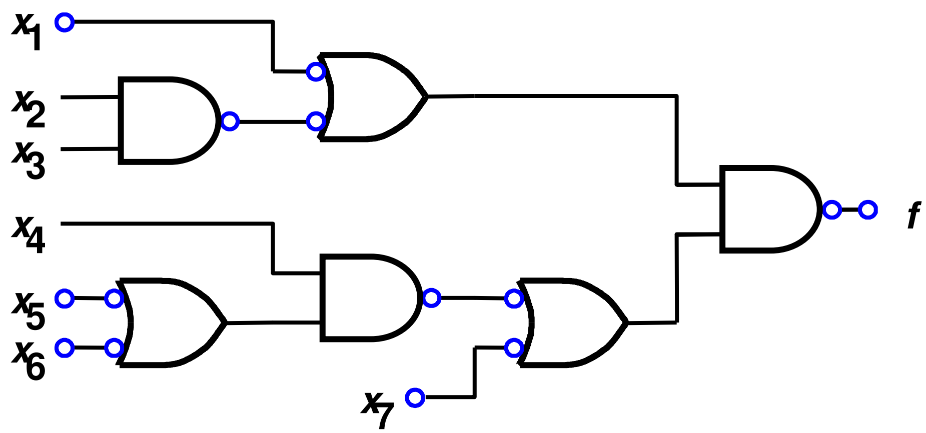
Exemplo de Síntese Só com NORs



Exemplo

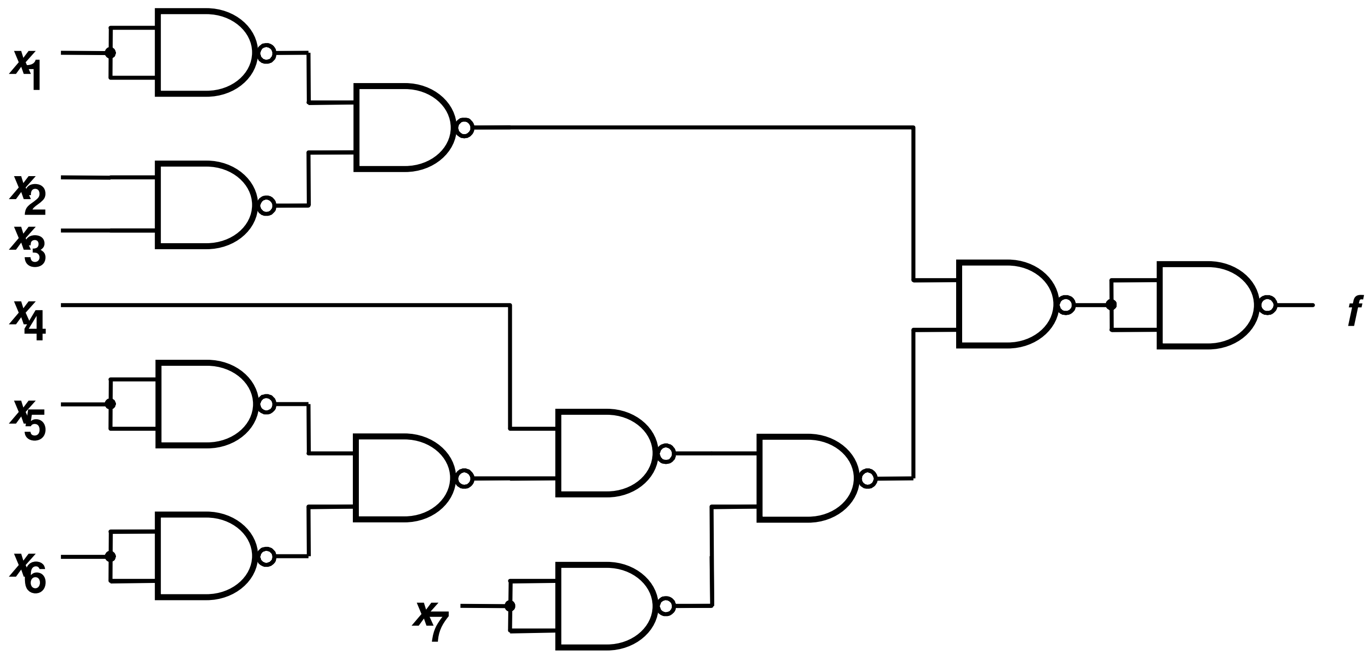


Circuit with AND and OR gates

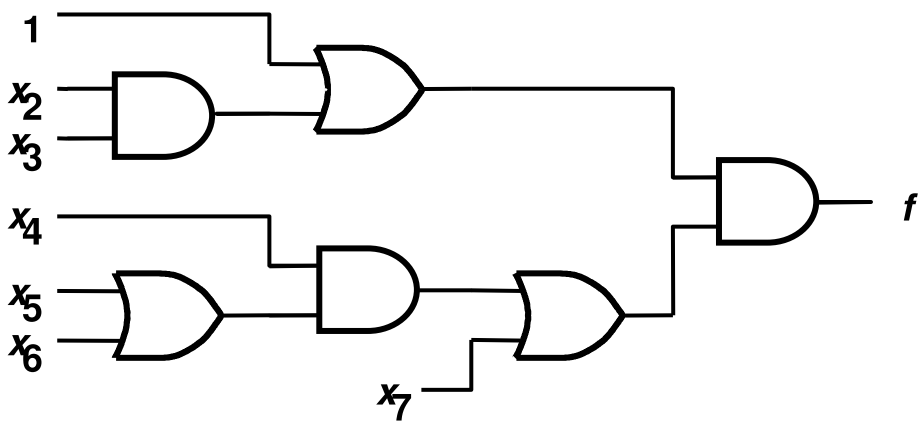


Convertendo para NANDs

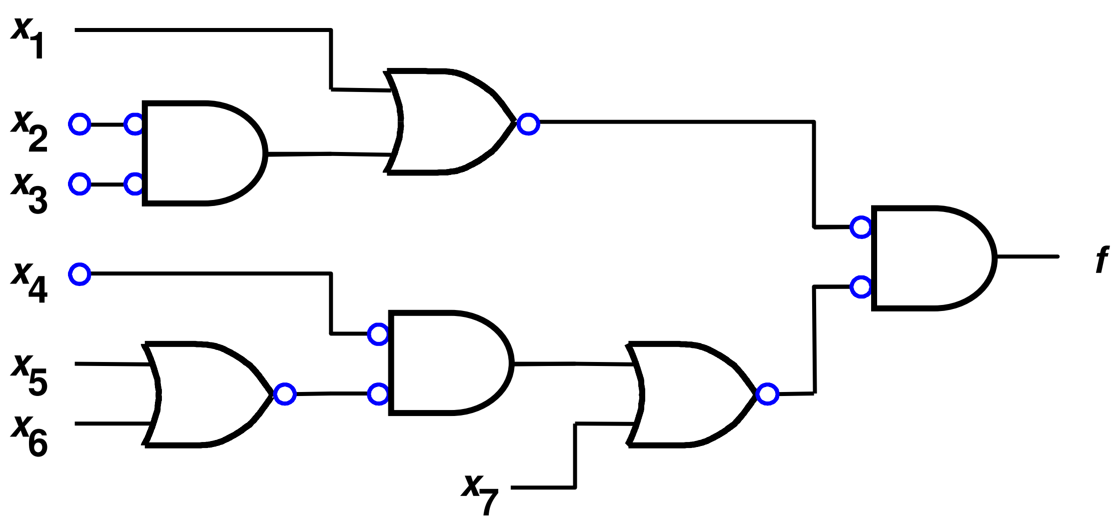
Exemplo (cont.)



Exemplo (cont.)



Circuit with AND and OR gates



Convertendo para NORs

Exemplo (cont.)