Aula 18

MC 102 - Algoritmos e Programação de Computadores

Recursão

Recursividade

Um objeto é dito recursivo se pode ser definido em termos de si próprio.

Recursão é o processo de se usar um objeto recursivo

Uma função é dita recursiva se invoca a si mesma, direta ou indiretamente.

Exemplo:

- Os pais de uma pessoa são seus antepassados
- Os pais de qualquer antepassado são também antepassados da pessoa em consideração

Recursão

Toda recursão é composta por:

- **Caso base**
  - Uma instância do problema que pode ser solucionada facilmente
  -
- **Chamadas Recursivas**
  - O objeto define-se em termos de si próprio, procurando convergir para o caso base. Por exemplo, a soma de uma lista de n elementos pode ser definida a partir da lista da soma de n−1 elementos.

Recursão

Uma maneira mais simples de entender recursão:

Nós já terminamos?

- Se sim, retorne os resultados.
- Se não, simplifique o problema; resolva o(s) problema(s) mais simples, e então encaixe os resultados na solução do problema original. Ao final, retorne a solução.

Sem uma condição de parada como esta, uma recursão iria se repetir eternamente.

Recursão

- Se você já sabe o que é a recursão, apenas se lembre da resposta.
- Caso contrário, encontre alguém que esteja mais próximo de um oráculo do que você e então pergunte a ele ou a ela o que é a recursão.

Recursão – Exemplo 1

Soma de uma lista de n elementos

Caso base: somar 1 elemento (neste caso n=1)

Chamadas Recursivas:

soma dos n elem = somar elemento n à soma dos n-1 elementos

soma dos n-1 elem = somar o elemento n-1 à soma dos n-2 elementos

soma dos n-2 elem = somar o elemento n-2 à soma dos n-3 elementos

....

soma dos 3 elem = somar o elemento 3 à soma dos 2 primeiros elementos

soma dos 2 elem = somar elemento 1 ao elemento 2

soma do 1 elem = somar 1 elemento (Caso base)

Recursão – Exemplo 1

Soma de uma lista de n elementos

Caso base: somar 1 elemento (neste caso n=1)

Chamadas Recursivas:

soma dos n elem =

soma (n + soma(n-1)) =

soma(n-1+ soma(n-2)) =

soma(n-1+ soma(n-2 + soma(n-3))) = ...

soma(n-1+ soma(n-2 + soma(n-3 + soma(n-4 + ...

...+ soma(elem 3 + soma(elem 2+ (soma(1))))))))))))))))))))

Recursão - Exemplo 1 - Código

Realizar a soma de n elementos.

```
int soma_n(n) {
  if (n <= 1)
    return n;
  else
    return (n+ soma_n(n-1));
}
```

Recursão - Exemplo 1 - Código

Realizar a soma de n elementos.

```
int soma_n(n) {
  if (n <= 1)
    return n;
  else
    return (n+ soma_n(n-1));
}
```

Caso base, condição em que facilmente se resolve o problema.

Recursão - Exemplo 1 - Código

Realizar a soma de n elementos.

```
int soma_n(n) {
  if (n <= 1)
    return n;
  else
    return (n+ soma_n(n-1));
}
```

Chamadas recursivas, procurando simplificar o problema

Recursão - Exemplo 2

Realizar a soma de todos os inteiros no intervalo [m,n].

Definição Recursiva:

$$\sum_{k=m}^{n} k = \begin{cases} m & \text{se } n = m \\ \sum_{k=m}^{n-1} k + n & \text{se } n > m \end{cases}$$

Recursão - Exemplo 2 - Código

Realizar a soma de todos os inteiros no intervalo [m,n].

```
int soma_mn(int m, int n) {
  if (n == m)
    return m;
  else if (m < n)
    return soma_mn(m, n-1) + n;
  else /* m > n */
    return soma_mn(m, n+1) + n;
}
```

Recursão - Exemplo 2 - Código

Realizar a soma de todos os inteiros no intervalo [m,n].

```
int soma_mn(int m, int n) {
 if (n == m)
   return m;
 else if (m < n)
   return soma_mn(m, n-1) + n;
 else /* m > n */
   return soma_mn(m, n+1) + n;
}
```

Caso base, condição em que facilmente se resolve o problema.

Recursão - Exemplo 2 - Código

Realizar a soma de todos os inteiros no intervalo [m,n].

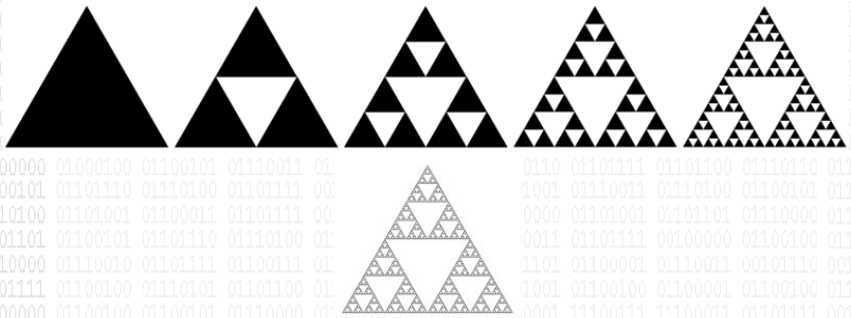
```
int soma_mn(int m, int n) {
 if (n == m)
   return m;
 else if (m < n)
   return soma_mn(m, n-1) + n;
 else /* m > n */
   return soma_mn(n, m);
}
```

Chamadas recursivas, procurando simplificar o problema

Recursão – Exemplo 3

Triângulo de Sierpinski: dado um triângulo, faça:

Reduza-o pela metade de seus lados, faça três cópias e posicione-as uma sobre as outras duas, de forma que um encoste nos outros dois.
Repita o passo até enquanto é possível dividir o triângulo



Recursão - Exemplo 4

Calcular o número fatorial para um inteiro n qualquer não negativo

Definição Recursiva:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n.(n-1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Recursão - Exemplo 4 - Código

Calcular o número fatorial para um inteiro n qualquer não negativo

```
long fatorial(unsigned int n) {
  if (n == 0)
    return 1;
  else /* n > 0 */
    return n * fatorial(n-1);
}
```


Recursão - Exemplo 4 - Código

Calcular o número fatorial para um inteiro n qualquer não negativo

```
long fatorial(unsigned int n) {
  if (n == 0)
    return 1;
  else /* n > 0 */
    return n * fatorial(n-1);
}
```

Caso base, condição em que facilmente se resolve o problema.

Recursão - Exemplo 4 - Código

Calcular o número fatorial para um inteiro n qualquer não negativo

```
long fatorial(unsigned int n) {
  if (n == 0)
    return 1;
  else /* n > 0 */
    return n * fatorial(n-1);
}
```

Chamadas recursivas, procurando simplificar o problema

Recursão – Exercício 1

Calcular a potência (expoente inteiro) de um número ponto flutuante qualquer

Definição Recursiva:

$$x^n = \begin{cases} \frac{1}{x^{(-n)}} & \text{se } n < 0 \\ 1 & \text{se } n = 0 \\ x.x^{(n-1)} & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

Recursão – Exercicio 1 - Código

Calcular a potência (expoente inteiro) de um número ponto flutuante qualquer

```
double potencia(double x, int n) {
  if (n == 0)
    return 1;
  else if (n > 0)
    return x * potencia(x, n-1);
  else /* n < 0 */
    return 1 / potencia(x, -n);
}
```