

## Lista de Exercícios sobre Indução Forte

MC458 — Projeto e Análise de Algoritmos I

Prof. Pedro J. de Rezende

1<sup>o</sup> Semestre de 2018

1. Prove por indução forte que:  
**Se  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , então  $n$  pode ser escrito como o produto de um ou mais primos.**
2. Sabe-se que o  $\text{mdc}(p, q)$ ,  $p, q \in \mathbb{N}$  e  $p > q > 0$ , é igual ao  $\text{mdc}$  entre  $q$  e o resto da divisão de  $p$  por  $q$ . Use este fato para provar por indução forte que:  
**É possível calcular o  $\text{mdc}$  entre qualquer par de números naturais.**
3. Prove por indução forte que:  
**Todo natural positivo pode ser escrito como soma de diferentes potências de 2.**
4. Um polígono  $P$  é convexo se os segmentos de reta que ligam dois pontos quaisquer de  $P$  estão inteiramente contidos em  $P$ . Prove por indução forte que:  
**A soma dos ângulos interiores de um polígono convexo de  $n \geq 3$  lados é igual a  $(n - 2) 180^\circ$ .**
5. Seja  $P$  um polígono simples de  $n$  lados. Uma *diagonal* de  $P$  é um segmento de reta inteiramente contido em  $P$  que liga dois vértices não adjacentes de  $P$ . Uma *triangulação* de um polígono simples  $P$  é a sua decomposição de  $P$  em triângulos formados por um conjunto maximal de diagonais que não se cruzam. Prove por indução forte que:  
**Todo polígono simples admite uma triangulação.**  
**Dica:** Descubra como encontrar uma diagonal do polígono dado.
6. Em geral, um polígono simples admite muitas triangulações. Prove por indução forte que:  
**O número de triângulos em qualquer triangulação de um polígono simples de  $n$  lados é  $n - 2$ .**