

# EXERCÍCIOS

MO417 - Complexidade de Algoritmos I

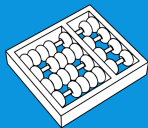
Santiago Valdés Ravelo  
<https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br>

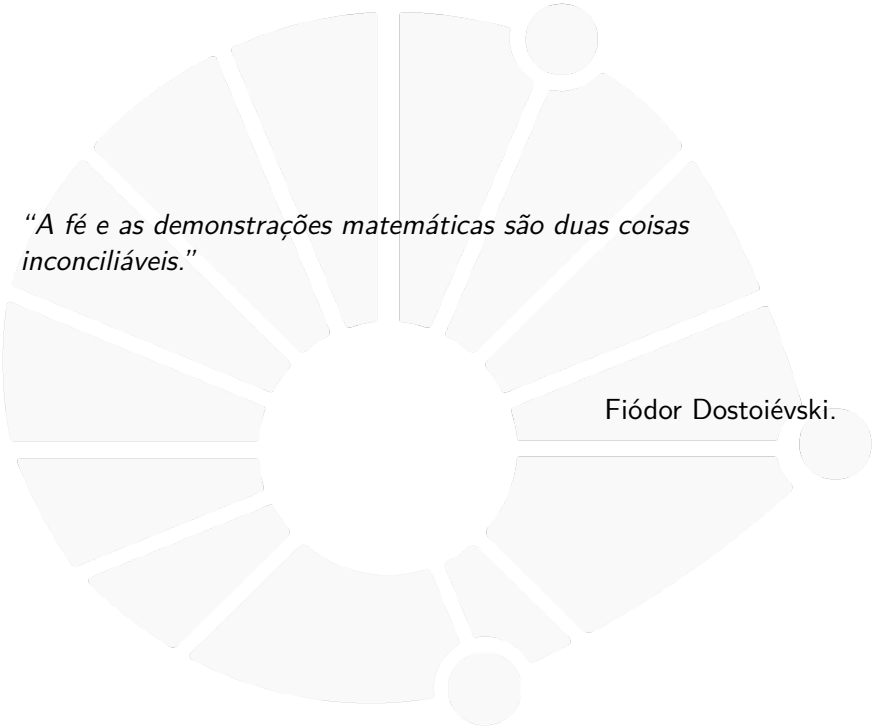
03/24

3



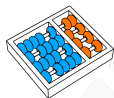
UNICAMP





*“A fé e as demonstrações matemáticas são duas coisas  
inconciliáveis.”*

Fiódor Dostoiévski.

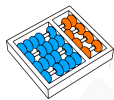


## Refletindo sobre provas matemáticas



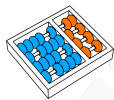
**Vamos fazer alguns exercícios?**





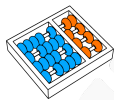
## Exercício 1

Prove, usando indução matemática, que todo inteiro  $n$  pode ser escrito como a soma de diferentes potências de 2.



## Exercício 2

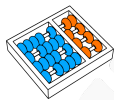
Prove, usando indução matemática, que todo inteiro  $n \geq 2$  pode ser fatorado como um produto de primos.



### Exercício 3

Prove que:

- a)  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$ ,  $o$ ,  $\omega$  são transitivas.
- b)  $O$ ,  $\Omega$ ,  $\Theta$  são reflexivas.
- c)  $\Theta$  é simétrica.



## Exercício 4

Prove que:

- a) Se  $f(n) \in O(g(n))$  e  $g(n) \in o(h(n))$ , então  $f(n) \in o(h(n))$ .
- b) Se  $f(n) \in o(g(n))$  e  $g(n) \in O(h(n))$ , então  $f(n) \in o(h(n))$ .

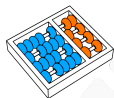


## Exercício 5

Indique a relação correta e demonstre:

1.  $10^{1000}$  é  $O(1)$ ,  $\Omega(1)$  ou  $\Theta(1)$ ?
2.  $10^{1000}$  é  $O(n)$ ,  $\Omega(n)$  ou  $\Theta(n)$ ?
3.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n)$ ,  $\Omega(n)$  ou  $\Theta(n)$ ?
4.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n^2)$ ,  $\Omega(n^2)$  ou  $\Theta(n^2)$ ?
5.  $3n^2 - 2n + 100$  é  $O(n^3)$ ,  $\Omega(n^3)$  ou  $\Theta(n^3)$ ?
6.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{10} n)$ ,  $\Omega(\log_{10} n)$  ou  $\Theta(\log_{10} n)$ ?
7.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{100} n)$ ,  $\Omega(\log_{100} n)$  ou  $\Theta(\log_{100} n)$ ?
8.  $\log_{100} n$  é  $O(\log_{1000} n)$ ,  $\Omega(\log_{1000} n)$  ou  $\Theta(\log_{1000} n)$ ?





## Exercício 6

Ordene as seguintes funções por seu crescimento. De forma tal que  $f(n)$  esteja na frente de  $g(n)$  na ordem se  $f(n) = O(g(n))$ . Para cada par de funções consecutivas na sua ordem prove que a ordem é válida.

▶  $\log \log n$

▶  $2^n$

▶  $n^3$

▶  $2^{\log n}$

▶  $\left(\frac{3}{2}\right)^\pi$

▶  $(\log n)^{\log n}$

▶  $(\sqrt{2})^{\log n}$

▶  $n \log n$

▶  $(\log n)!$

▶  $n!$

▶  $n \log n$

▶  $2^{2^n}$

▶  $n^n$

▶  $4^{\log n}$

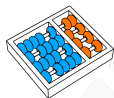
▶  $n2^n$



## Exercício 7

Prove que:

- $c \in \Theta(1)$  para qualquer  $c > 0$ .
- $f(n)g(n) \in \Theta(f(n))\Theta(g(n))$ .
- $\max\{f(n), g(n)\} \in \Theta(f(n) + g(n))$ .
- $\log(n^n) \in \Theta(\log(n!))$ .
- Se  $p(n) = \sum_{i=0}^k a_i n^i$  com  $a_k > 0$ , então  $p(n) \in \Theta(n^k)$ .
- $\log_a n \in \Theta(\log_b n)$  para quaisquer  $a, b$ .



## Exercício 8

Prove que:

- a)  $(\log n)^a \in o(n^b)$  para quaisquer  $a, b > 0$ .
- b)  $a^n \in o(b^n)$  para quaisquer  $b > a$ .
- c)  $n^k \in o(c^n)$  para quaisquer  $k \geq 0$  e  $c > 0$ .

# EXERCÍCIOS

MO417 - Complexidade de Algoritmos I

Santiago Valdés Ravelo  
<https://ic.unicamp.br/~santiago/ravelo@unicamp.br>

03/24

3



UNICAMP

