Prof. Santiago V. Ravelo

Lista de exercícios 05 - NP-complexidade

1. Um ciclo de um grafo é Hamiltoniano se passar por todos os vértices do grafo. Analogamente, um caminho que passa por todos os vértices é Hamiltoniano:

(a) Considerando que é NP-completo o problema de decidir se um grafo tem um caminho Hamiltoniano, mostre que o de decidir se um grafo tem um ciclo Hamiltoniano é também NP-completo.

(b) Considerando que é NP-completo o problema de decidir se um grafo tem um ciclo Hamiltoniano, mostre que o de decidir se um grafo tem um caminho Hamiltoniano é também NP-completo.

2. Uma clique de tamanho é um subgrafo completo de um grafo G, Um conjunto independente é um conjunto de vértices no qual não há dois vértices adjacentes:

(a) Considerando que é NP-completo o problema de decidir se um grafo tem uma clique com pelo menos C vértices, mostre que o de decidir se um grafo tem um conjunto independente com pelo menos I vértices é também NP-completo.

(b) Considerando que é NP-completo o problema de decidir se um grafo tem um conjunto independente com pelo menos I vértices, mostre que o de decidir se um grafo tem uma clique com pelo menos C vértices é também NP-completo.

3. Uma cobertura de vértices de um grafo é um subconjunto S dos vértices no qual toda aresta tem pelo menos um extremo em S. Mostre que o problema de decidir se um grafo tem uma cobertura de vértices de tamanho no máximo k é NP-completo.

4. Um conjunto dominante de um grafo é um subconjunto S dos vértices no qual todo vértice que esteja fora de S tem pelo menos um adjacente em S. Mostre que o problema de decidir se um grafo tem um conjunto dominante de tamanho no máximo k é NP-completo.

5. Dada uma sequência de números positivos $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ e um número $b > 0$, é NP-completo decidir se existe um subconjunto dos índices $X \subseteq \{1, , n\}$ tal que $\sum_{i \in X} s_i = b$. A partir desse problema, mostre que as seguintes variantes também são NP-completos:

(a) Dada uma sequência de números positivos $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, decidir se existe um subconjunto dos índices $X \subseteq \{1, , n\}$ tal que $\sum_{i \in X} s_i = \sum_{i \notin X} s_i$.

(b) Dada uma sequência de números $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$, decidir se existe um subconjunto não vazio dos índices $X \subseteq \{1, , n\}$ tal que $\sum_{i \in X} s_i = 0$.