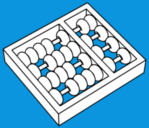
Ordenação

MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

19

05/24



UNICAMP

Santiago Valdés Ravelo
https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br

“A boa ordem é a base de todas as coisas.”

Edmund Burke.

Dúvidas da aula anterior

Dúvidas selecionadas

- Tem como fazer uma classe filha da classe filha? Seria como se fossem três classes associadas, uma herança de duas classes.
- Qual a diferença entre métodos de classe e métodos estáticos?
- É recomendado utilizar _ e __ por conta da semântica ou só quando for funcionalmente adequado?
- Ainda não entendi a diferença entre objetos, classes e atributos. Além disso, o property determina a possibilidade de leitura de um valor? Sem necessariamente criar uma variável para ele?
- Por que variáveis diferentes que guardam valores iguais possuem a mesma id?
- Geralmente as classes são feitas em documentos a parte e depois são importadas, ou põe tudo no mesmo documento monolítico ? skksks
- Pode dar um exemplo de um objeto de algum tipo que só pode ser criado uma vez?
- Se eu quisesse criar um atributo imutável, devo criar uma Property para "transformar"um método em atributo e não criar nenhum setter? Se sim, esse é o procedimento usual? Há outros ?
- Posso fazer classes dentro de funções? Existe alguma queda no desempenho do código?
- Existe algum caso que é realmente necessário declarar uma variável como global?
- No caso de heranças múltiplas, por exemplo no caso da aula de paralelepípedo > retângulo > quadrado, sendo retângulo uma classe filha de paralelepípedo e quadrado uma classe filha de retângulo, caso em retângulo não tivesse um inicializador diferente de paralelepípedo e o inicializador de quadrado usasse o super(), ele voltaria até o inicializador de paralelepípedo?
- A programação orientada a objeto é apenas uma maneira diferente de programar, ou tem algo que só é possível fazer com ela?
- Tem alguma forma de saber se uma classe é subclasse da outra ?

Lembrando definições

Problema Computacional

Um **problema computacional** é uma **função** que relaciona cada possível **entrada** com um conjunto de **saídas**:

- A entrada é o que chamamos de **instância**.
- A saída é o que chamamos de **solução**.

Mínimo: Dada uma lista l de números, encontrar o índice do menor valor que aparece em l:

- Instância: $l = [7, 1, 3, -2, 9, -2]$.
- Soluções: 3 e 5.

Problema Computacional

Sistema de Equações Lineares 2×2: Dados números a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1 e b_2, encontrar x_1 e x_2 tal que:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$

Exemplo: Se a instância é $a_{11} = 5$, $a_{12} = 20$, $a_{21} = 1$, $a_{22} = 2$, $b_1 = 5$ e $b_2 = 3$ então temos o seguinte sistema:

$$5x_1 + 20x_2 = 5$$
$$x_1 + 2x_2 = 3$$

e a solução (única) é $x_1 = 5$ e $x_2 = -1$.

Sistema de Equações Lineares: Dados $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, encontrar $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$ tal que $A \cdot x = b$.

Problema Computacional

Caixeiro Viajante: Dados um número n de cidades e, para cada par (i, j) de cidades com $1 \leq i, j \leq n$, um número d_{ij} indicando a distância entre as cidades i e j, encontrar uma rota de distância mínima que percorra todas as cidades.

Temos vários outros problemas:

- Cálculos de expressões em geral.
- Detectar primalidade.
- Buscar um texto em uma string.
- etc.

No final das contas, cada exercício nos lab era um problema computacional.

Algoritmos

Um **ALGORITMO** é:

- Uma sequência de passos suficientemente simples:
  - Simples: o computador é capaz de executá-los.
  - Ou até mesmo uma pessoa com papel (e muita paciência).
  - De fato, existe uma definição matemática para isso...
- Que termina para qualquer entrada.

Um algoritmo A resolve um problema computacional P se:

- Para qualquer instância de P.
- A devolve uma solução para esta instância.
- Isto é, A sempre dá uma resposta correta para P.

Ordenação

Ordenação

Ordenação: Dada uma lista l de n elementos, rearranjar os elementos de l de forma que $l[0] \leq l[1] \leq \cdots \leq l[n-1]$.

3	7	1	6	5	2	4	0	8	9

$\downarrow$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Aquecimento — Ordenação de três elementos

Queremos ordenar uma lista de três elementos.

- Há um algoritmo que verifica as $3! = 6$ possibilidade e ordena:
    - Mas isso claramente não escala para n elementos...
- Ideia de um algoritmo menor (e útil):
    - Vamos colocar o menor elemento na primeira posição.
    - Em seguida ordenamos **l[1]** e **l[2]**.

```
1 se l[0] > l[1]
2     Troque l[0] com l[1]
3 se l[0] > l[2]
4     Troque l[0] com l[2]
5 se l[1] > l[2]
6     Troque l[1] com l[2]
```

O algoritmo resolve o problema pois:

- Após a linha 2, **l[0]** tem o valor mínimo entre **l[0]** e **l[1]**.
- Após a linha 4, **l[0]** tem o valor mínimo entre **l[0]**, **l[1]** e **l[2]**.
- Após a linha 6, **l** está ordenada.

SelectionSort

Ordenação por Seleção

Ideia:

Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.

Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.

Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .

Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$

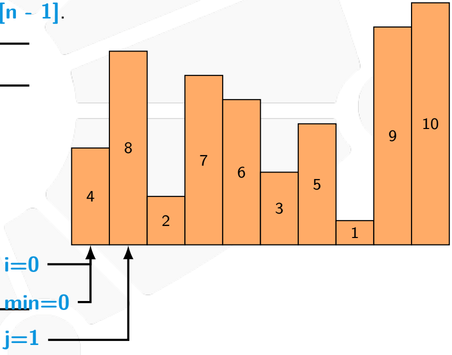
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



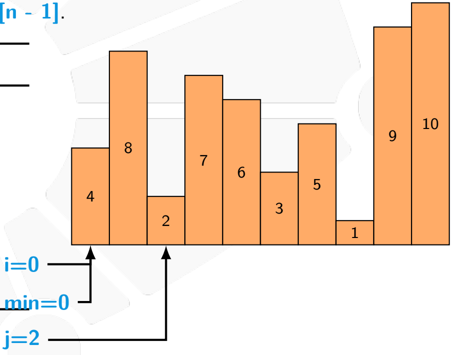
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: $\textsc{SelectionSort}(I)$

```
n ← tamanho de I
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se I[j] < I[min]
            min ← j
    Troque I[i] com I[min]
```



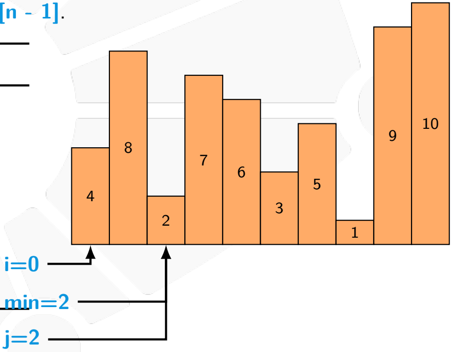
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $I[j] < I[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $I[i]$ com $I[min]$



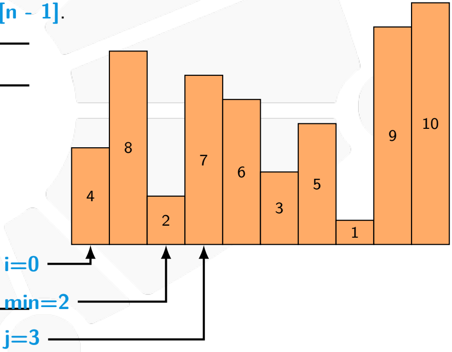
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: $\textsc{SelectionSort}(l)$

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



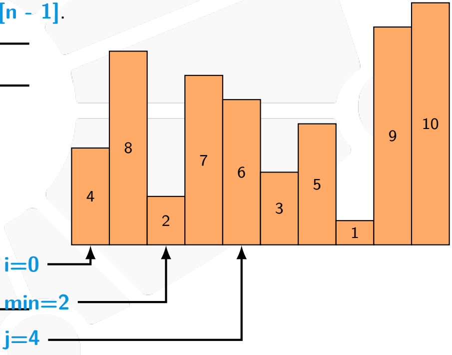
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se I[j] < I[min]
            min ← j
    Troque I[i] com I[min]
```



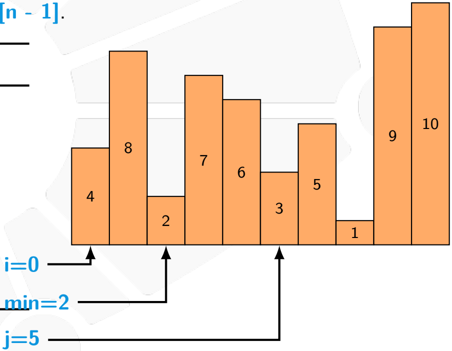
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



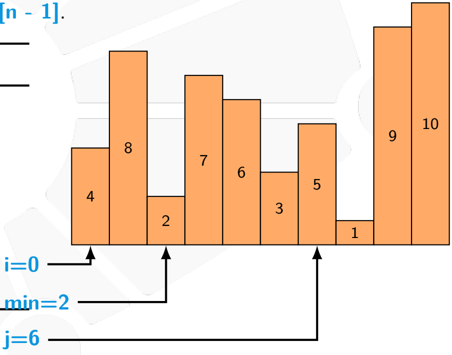
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



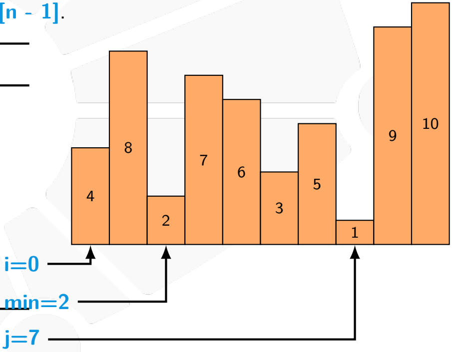
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



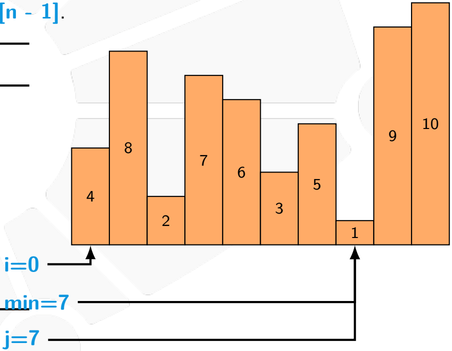
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



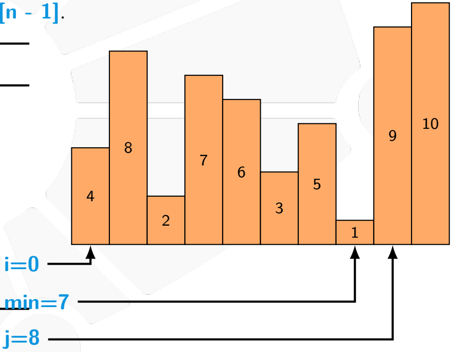
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $I[j] < I[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $I[i]$ com $I[min]$



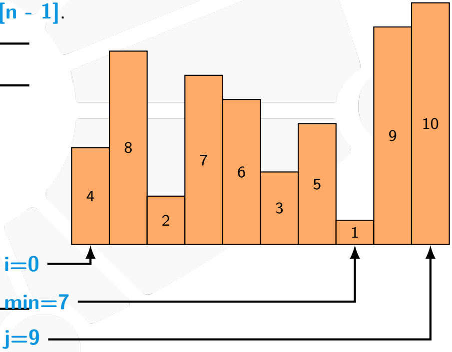
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



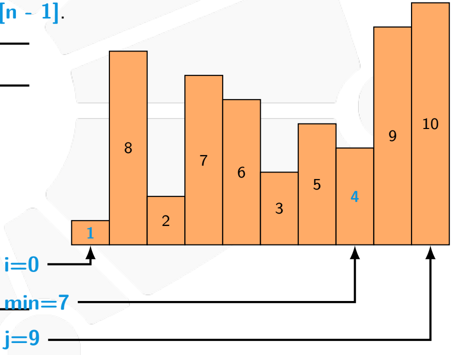
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



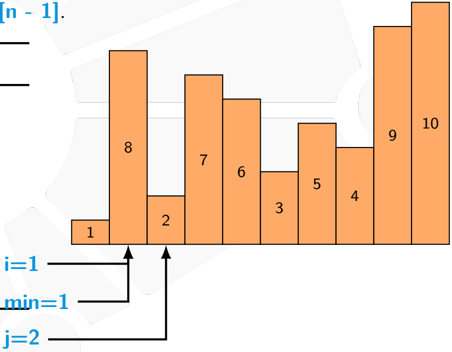
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



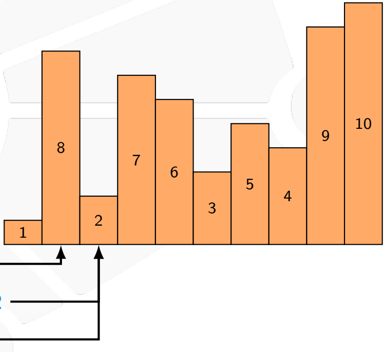
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



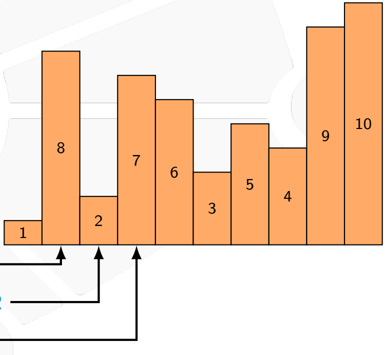
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



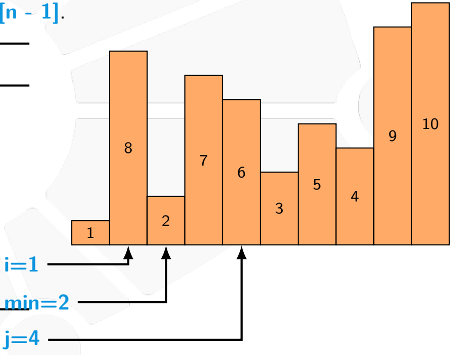
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



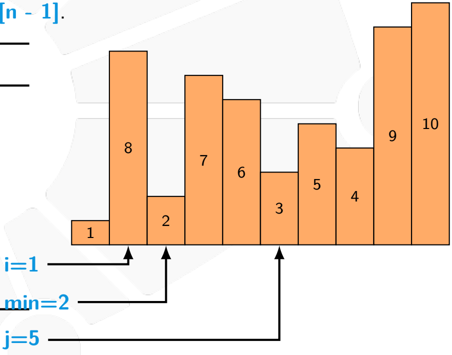
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



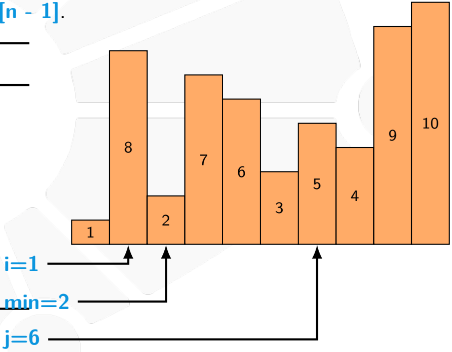
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



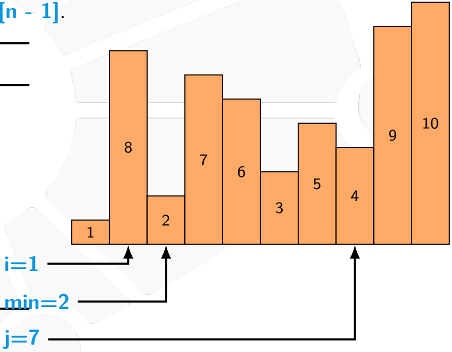
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SELECTIONSORT(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



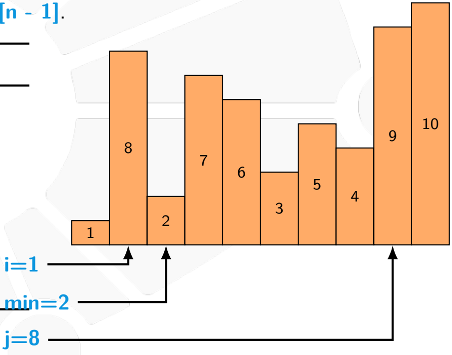
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



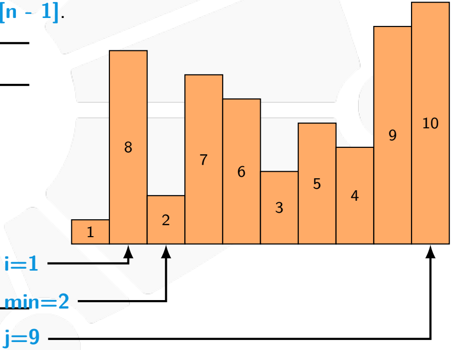
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], ..., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], ..., l[n - 1]**.
- ...
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], ..., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



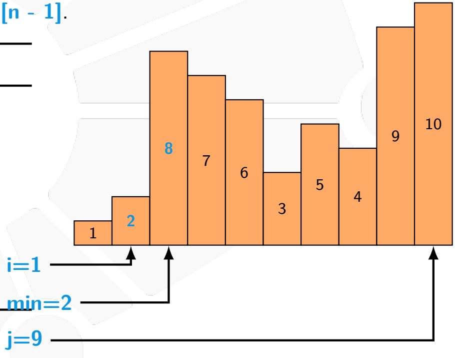
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], ..., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], ..., l[n - 1]**.
- ...
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], ..., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



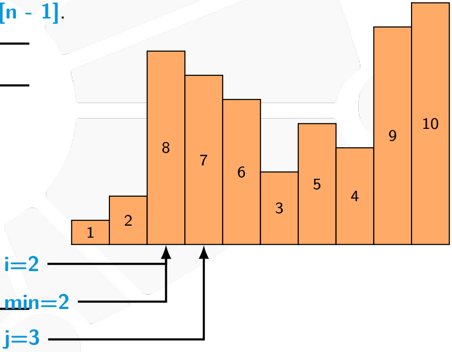
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  $min \leftarrow i$
  para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
    se $l[j] < l[min]$
      $min \leftarrow j$
  Troque $l[i]$ com $l[min]$



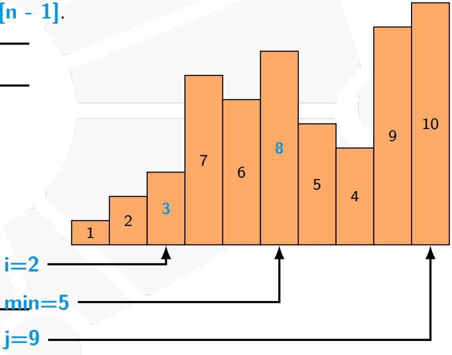
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



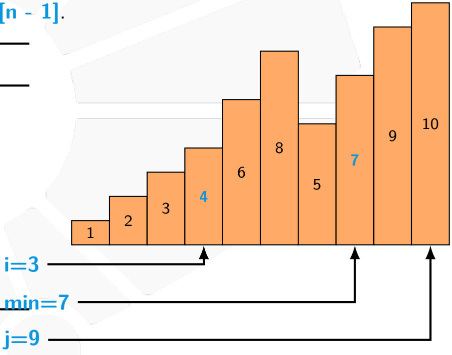
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



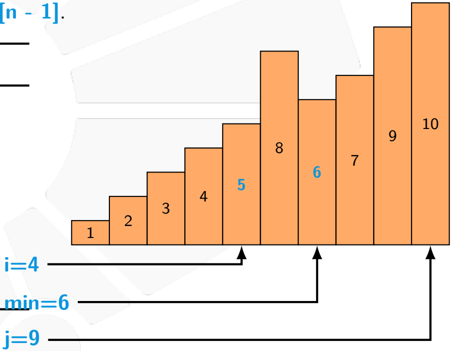
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



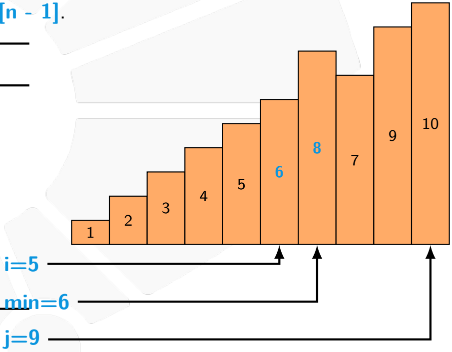
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



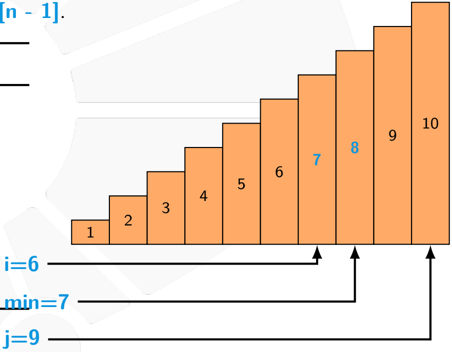
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



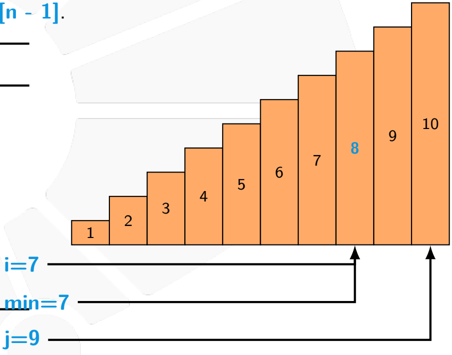
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **I[0]** com o mínimo de **I[0], . . ., I[n - 1]**.
- Trocar **I[1]** com o mínimo de **I[1], . . ., I[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **I[i]** com o mínimo de **I[i], . . ., I[n - 1]**.

Algoritmo: $\textsc{SelectionSort}(l)$

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



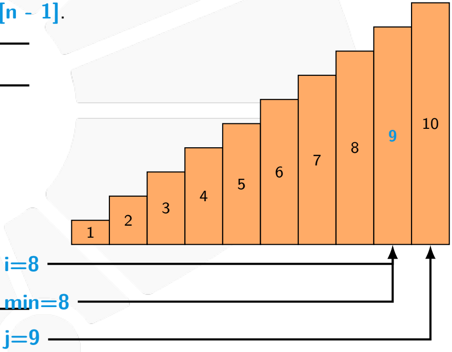
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    min ← i
    para j = i + 1 até n − 1
        se l[j] < l[min]
            min ← j
    Troque l[i] com l[min]
```



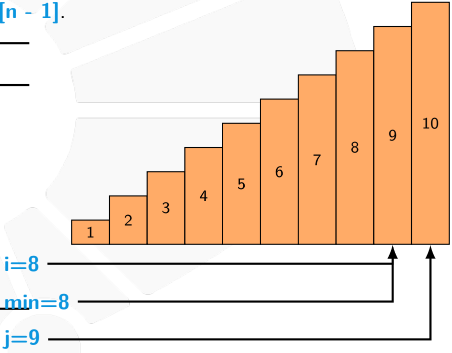
Ordenação por Seleção

Ideia:

- Trocar **l[0]** com o mínimo de **l[0], . . ., l[n - 1]**.
- Trocar **l[1]** com o mínimo de **l[1], . . ., l[n - 1]**.
- . . .
- Trocar **l[i]** com o mínimo de **l[i], . . ., l[n - 1]**.

Algoritmo: SelectionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    $min \leftarrow i$
    para $j = i + 1$ **até** $n - 1$
        se $l[j] < l[min]$
            $min \leftarrow j$
    Troque $l[i]$ com $l[min]$



SELECTIONSORT funciona?

Algoritmo: SELECTIONSORT(l)

1 $n \leftarrow$ tamanho de l
2 **para** $i = 0$ **até** $n - 2$
3     $min \leftarrow i$
4   **para** $j = i + 1$ **até** $n - 1$
5   **se** $l[j] < l[min]$
6             $min \leftarrow j$
7   Troque $l[i]$ com $l[min]$

Os passos de SELECTIONSORT são simples e ele sempre termina.
Suponha que no início da iteração (linha 3) **l[0], ..., l[i - 1]** estão ordenados e são os menores elementos de **l**:

- Isso é verdade no início da primeira iteração.

No final da iteração, **l[0], ..., l[i]** estão ordenados e são os menores elementos da lista?

- Sim, pois pegamos o menor valor de **l[i], l[i + 1], ..., l[n - 1]** e trocamos com **l[i]**.

Ou seja, no final da última iteração, a lista está ordenada.

BubbleSort

BubbleSort

- Se l não está ordenada, existe j com l[j - 1] > l[j].

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.

BubbleSort

- Se l não está ordenada, existe j com l[j - 1] > l[j].
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1]** $>$ **l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

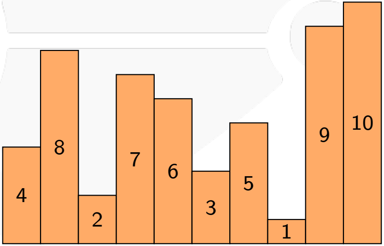
$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```



i

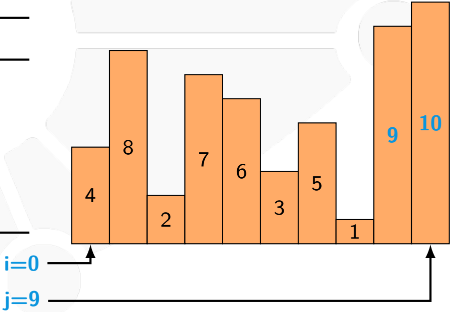
j

BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

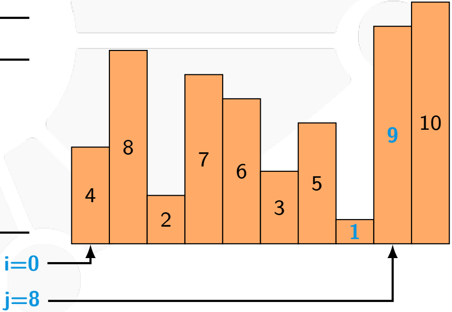


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

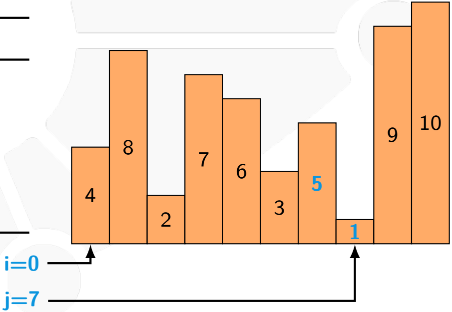


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

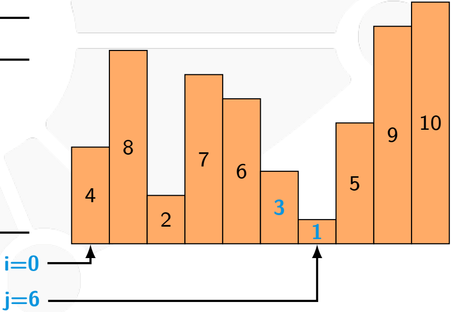


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

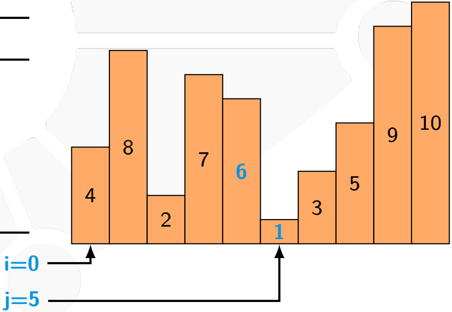


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j - 1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

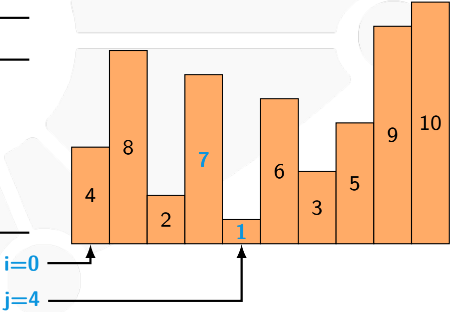


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

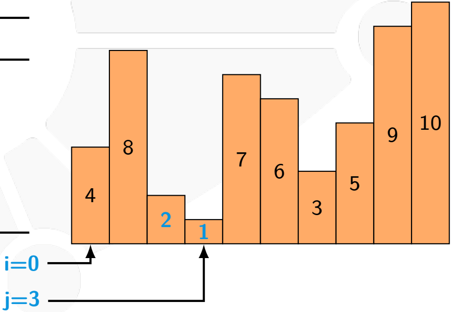


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

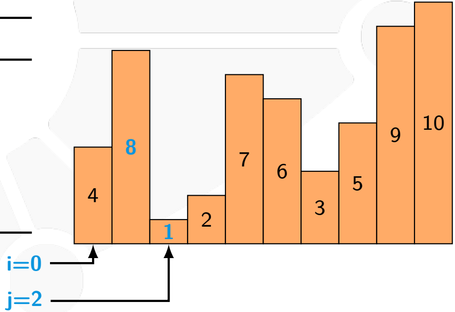


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

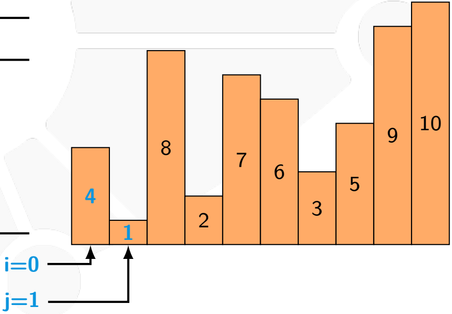


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

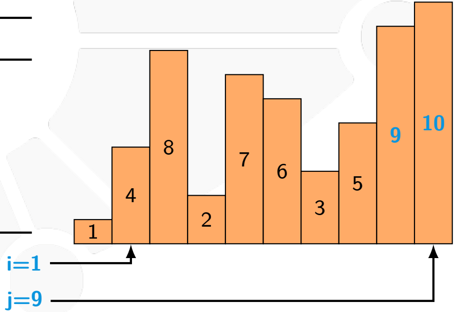


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

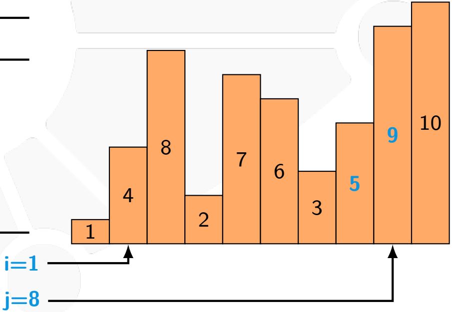


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j - 1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

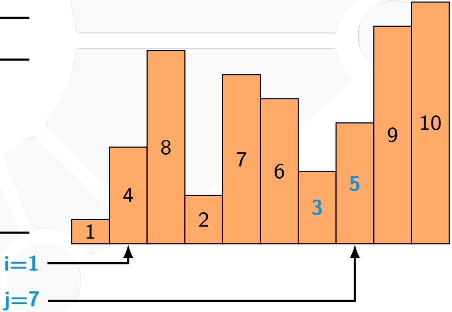


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

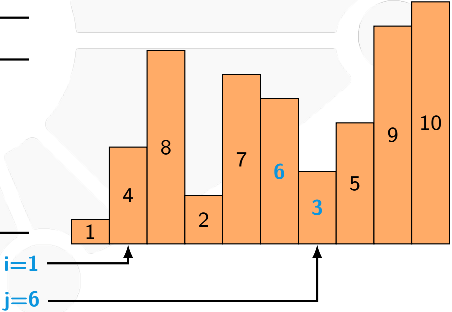


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

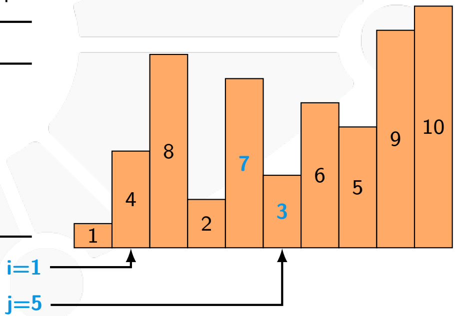


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

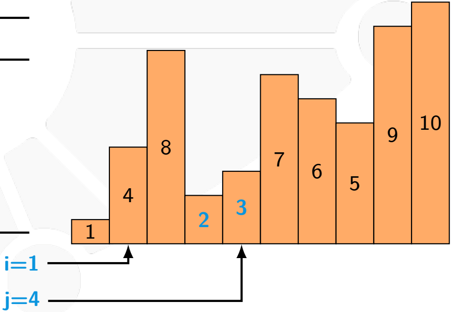


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

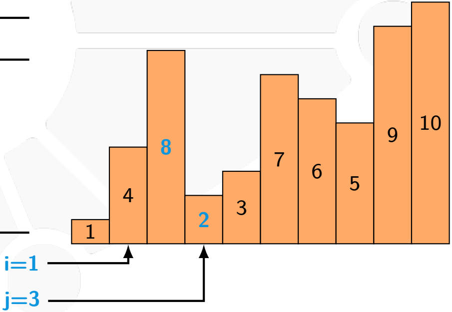


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

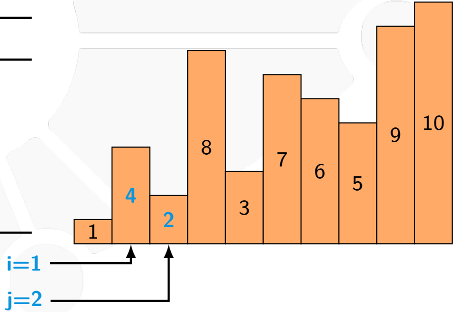


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

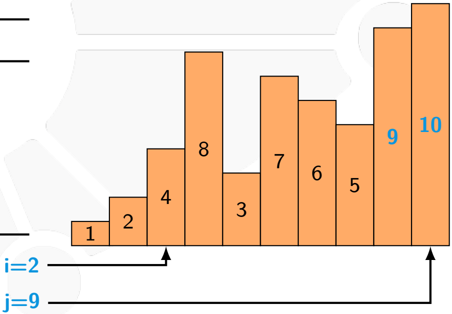


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

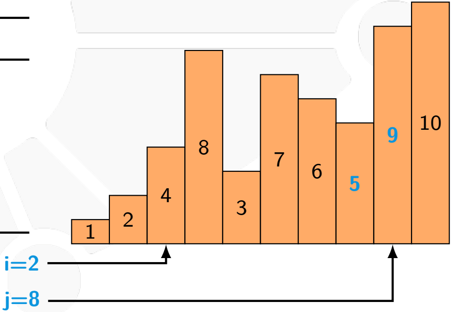


BUBBLESORT

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BUBBLESORT(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

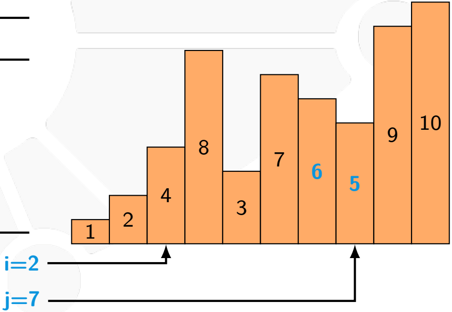


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j - 1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

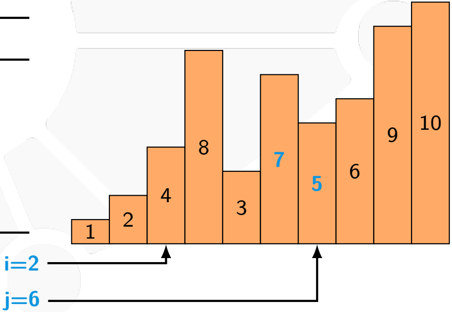


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

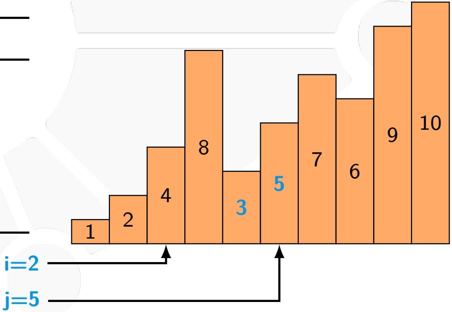


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

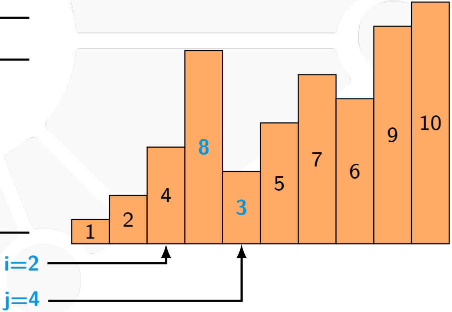


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

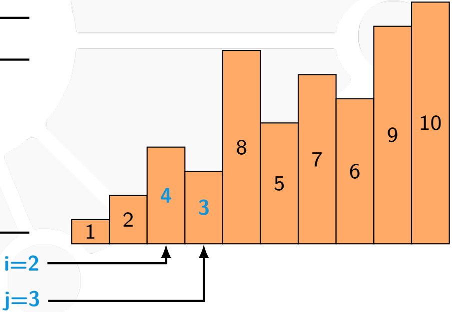


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

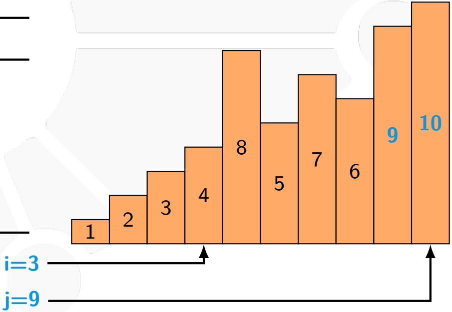


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$

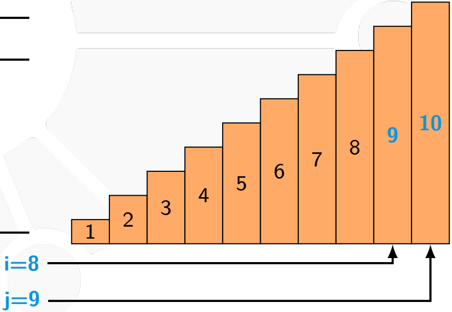


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente. . .
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante. . . realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 0 até n − 2
    para j = n − 1 até i + 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

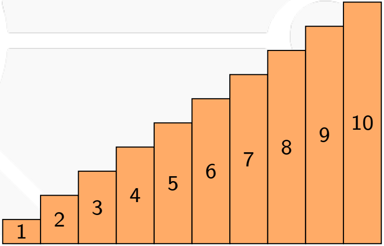


BubbleSort

- Se **l** não está ordenada, existe **j** com **l[j - 1] > l[j]**.
- Então, do fim para o começo, trocamos pares invertidos.
- Porém, apenas uma passada pode ser insuficiente...
- Após a primeira passada, o menor elemento está em **l[0]**.
- Após a segunda, o segundo menor elemento está em **l[1]**.
- E assim por diante... realizando **n - 1** passadas.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
  para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$



i

j

Otimização

- Se fizermos uma passada e não houver trocas, a lista já está ordenada:
  - Não havia posição **j** com **l[j - 1] > l[j]**.

Algoritmo: BubbleSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 0$ **até** $n - 2$
    trocou $\leftarrow$ *Falso*
    para $j = n - 1$ **até** $i + 1$
        se $l[j] < l[j - 1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j - 1]$
            trocou $\leftarrow$ *Verdadeiro*
    se *trocou* **e** *Falso*
        pare

BubbleSort funciona?

Algoritmo: BubbleSort(l)

```
1 n ← tamanho de l
2 para i = 0 até n − 2
3     para j = n − 1 até i + 1
4         se l[j] < l[j − 1]
5             Troque l[j] com l[j − 1]
```

Claramente os passos de BubbleSort são simples e ele termina.
Suponha que no início da iteração (linha 3) **l[0], ..., l[i - 1]** estão ordenados e são os menores elementos de **l**:

- Isso é verdade no início da primeira iteração

No final da iteração **i**, **l[0], ..., l[i]** estão ordenados e são os menores elementos da lista?

- Sim, pois o menor valor de **l[i], ..., l[n - 1]** será deslocado até **l[i]** através de trocas.

Ou seja, no final da última iteração, a lista está ordenada.

InsertionSort

Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.

Ordenação por Inserção

- Se já temos I[0], I[1], . . ., I[i-1] ordenados.
- Inserimos I[i] na posição correta:

Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.

Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

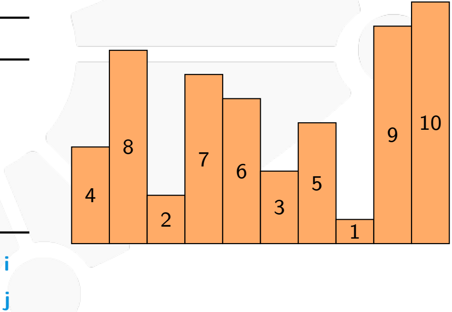
```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

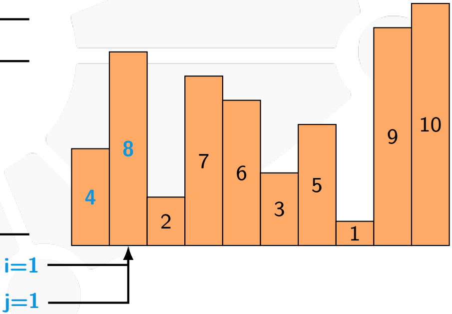


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

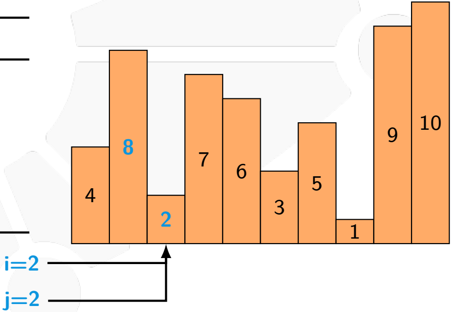


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n-1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

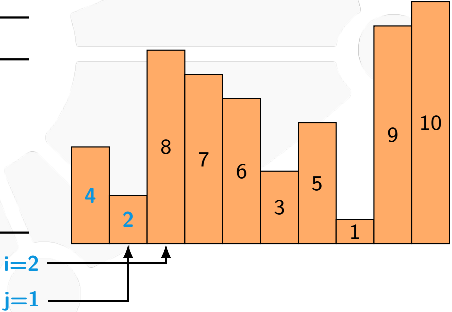


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

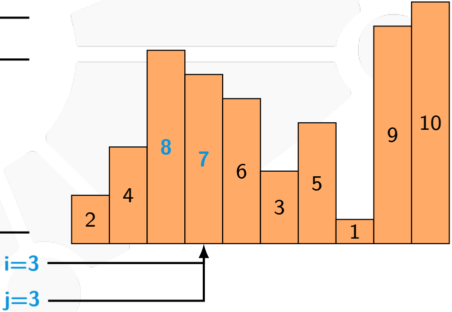


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

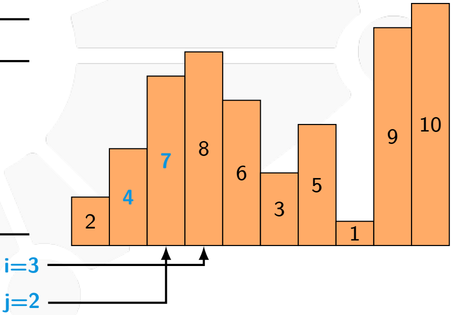


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

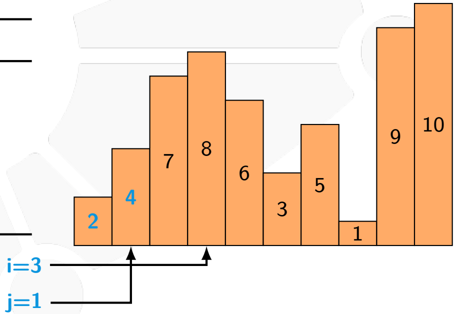


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

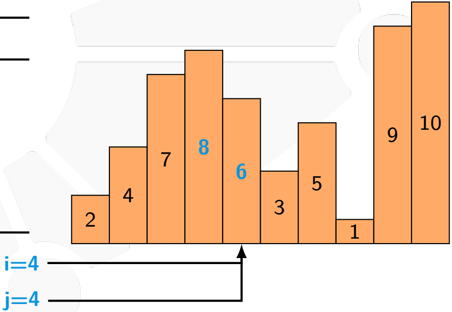


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $I[j] < I[j-1]$
            Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

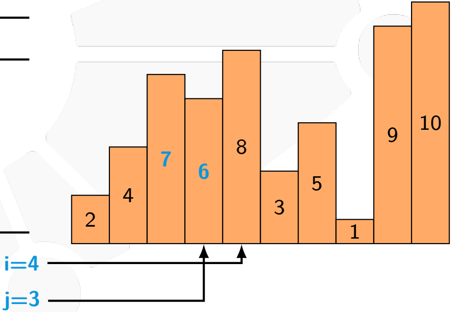


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $I[j] < I[j-1]$
            Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

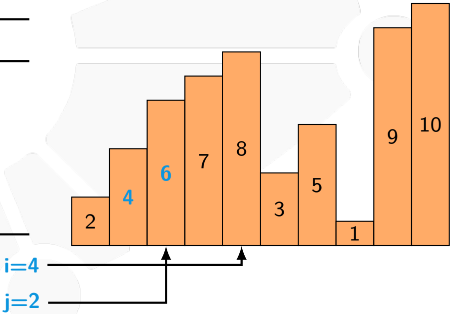


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

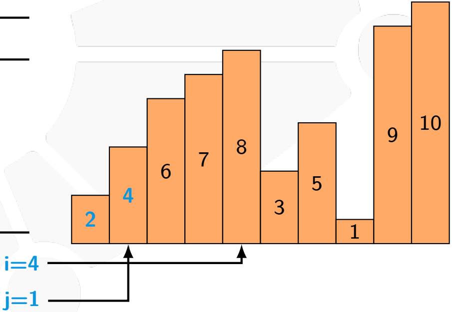


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

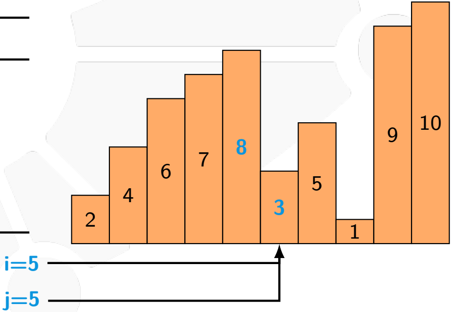


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

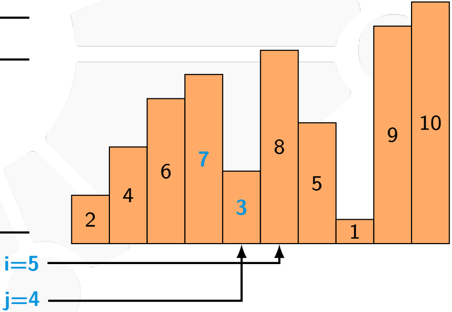


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

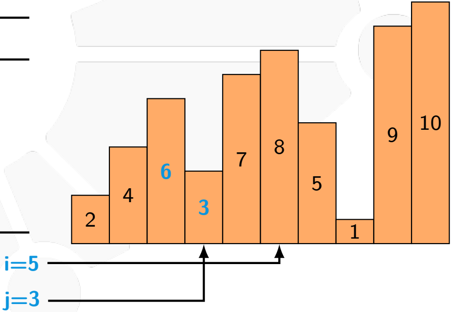


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

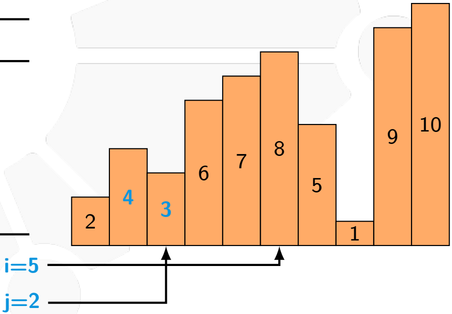


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

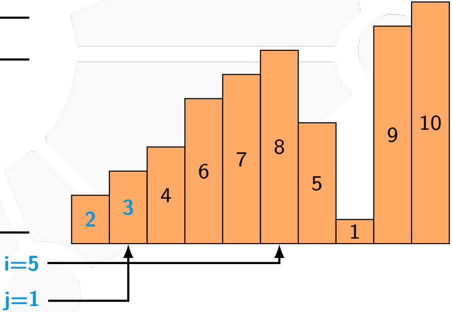


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

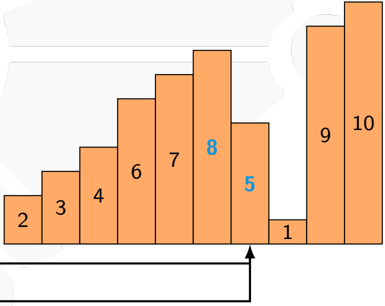


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

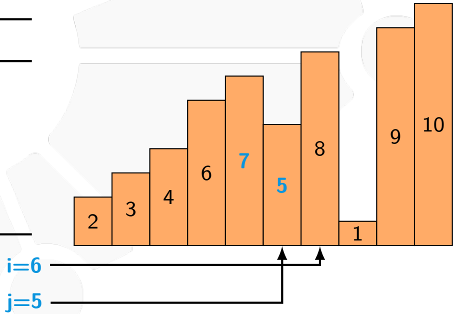


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

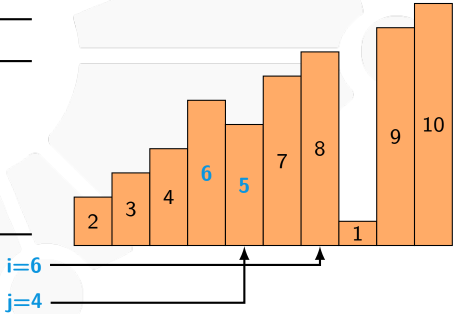


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $I[j] < I[j-1]$
            Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

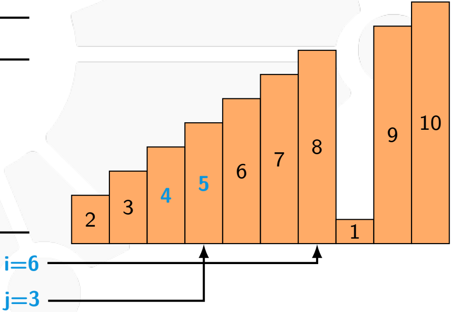


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

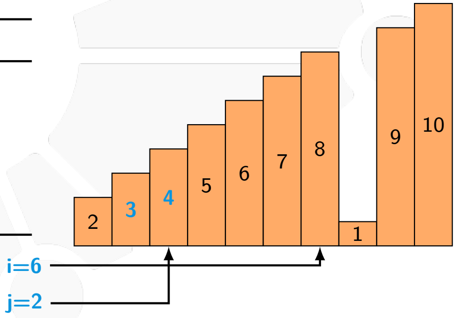


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

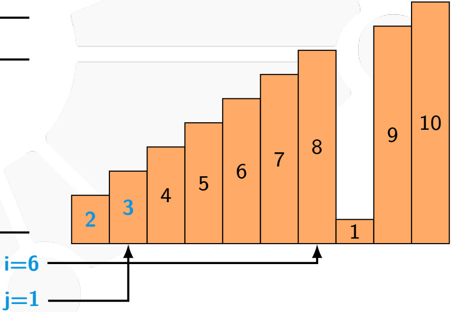


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

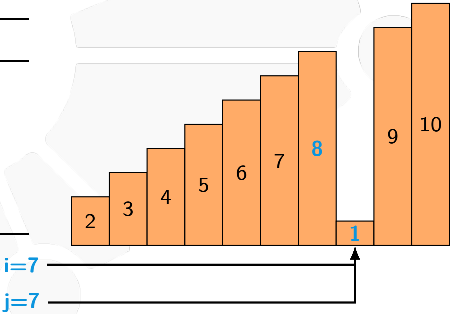


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

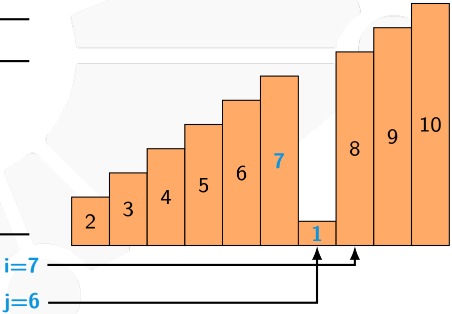


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

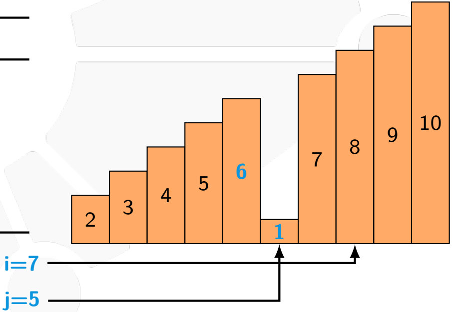


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

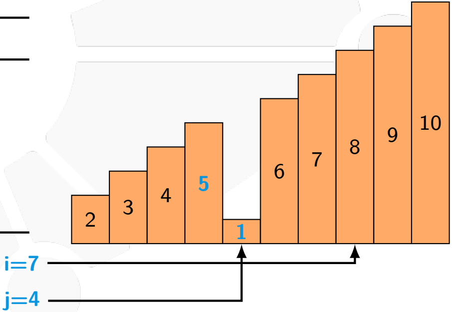


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

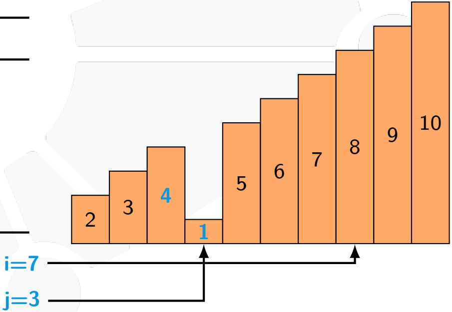


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

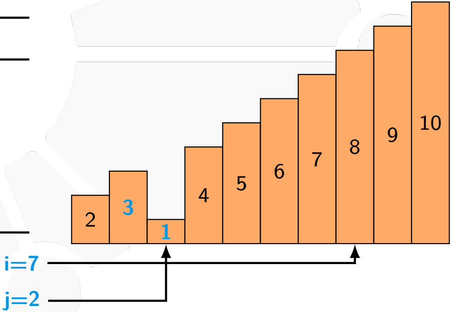


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

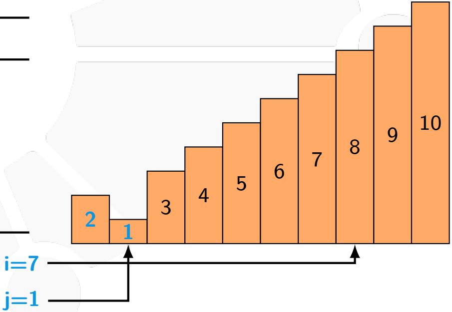


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

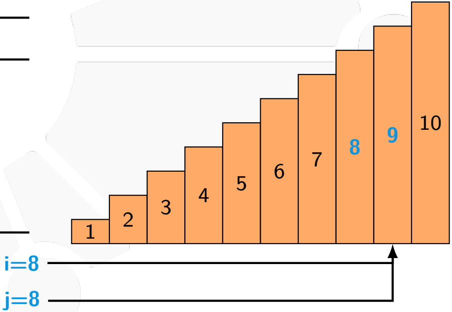


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

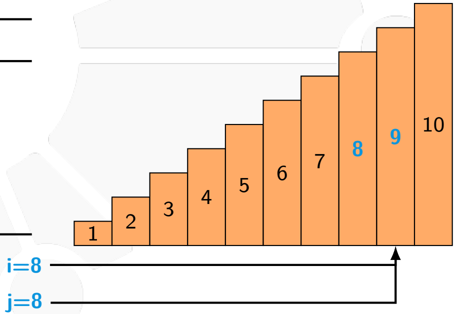


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

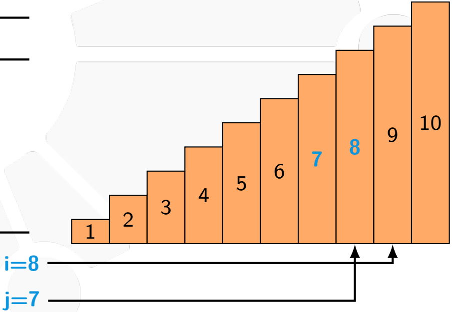


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j - 1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j - 1]$

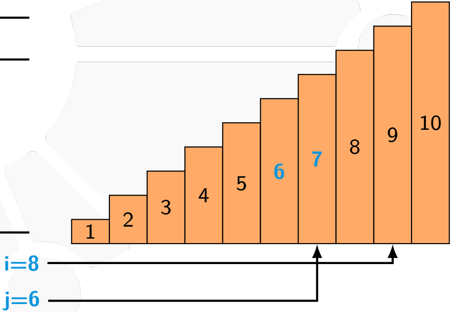


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

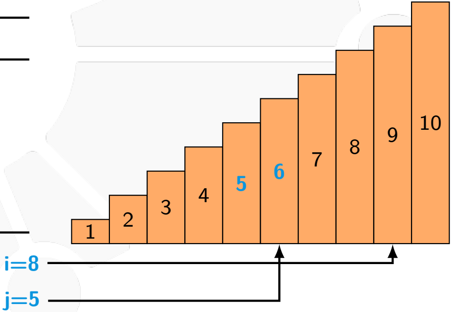


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], ..., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], ..., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

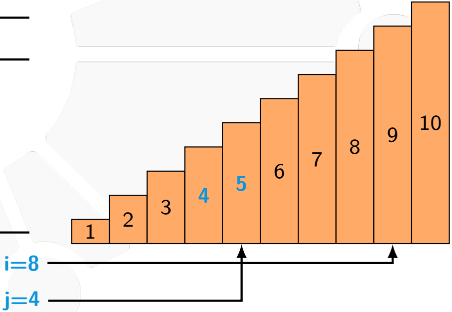


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

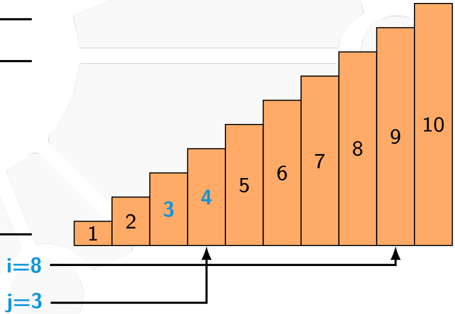


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

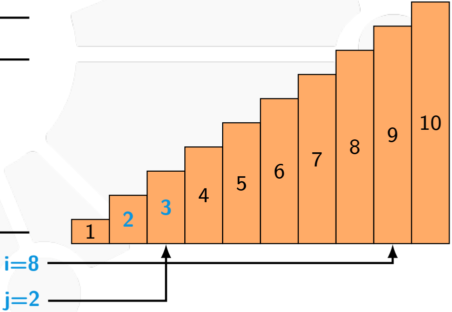


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(l)

```
n ← tamanho de l
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se l[j] < l[j − 1]
            Troque l[j] com l[j − 1]
```

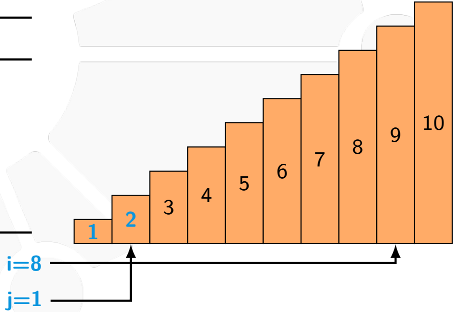


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

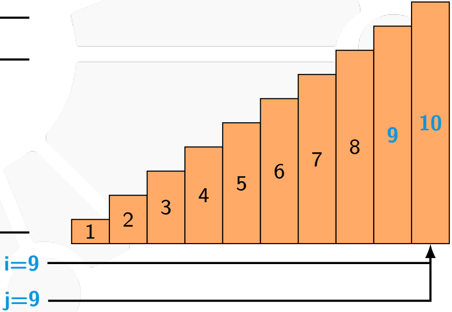


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $I[j] < I[j-1]$
            Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

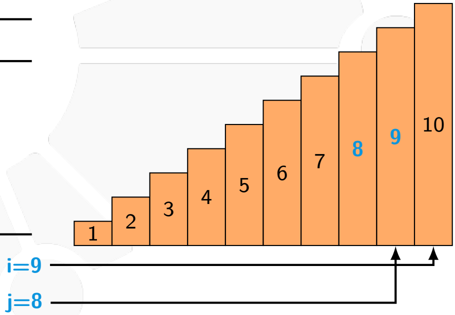


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

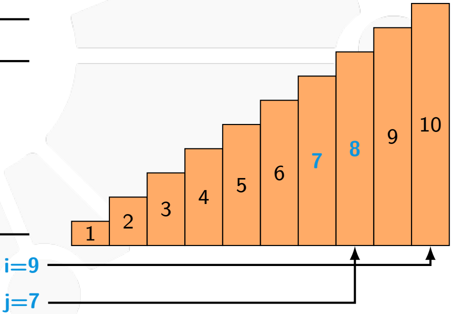


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

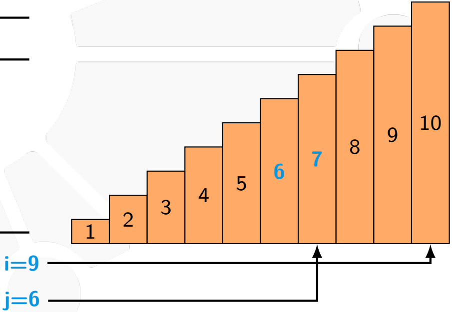


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

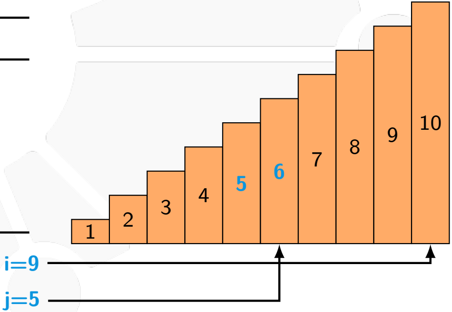


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BUBBLESORT.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: INSERTIONSORT(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

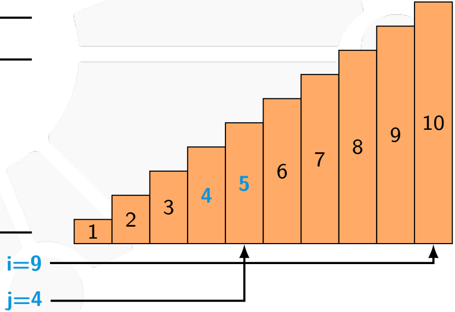


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

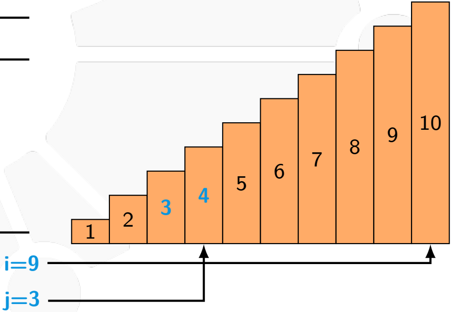


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $l[j] < l[j-1]$
      Troque $l[j]$ com $l[j-1]$

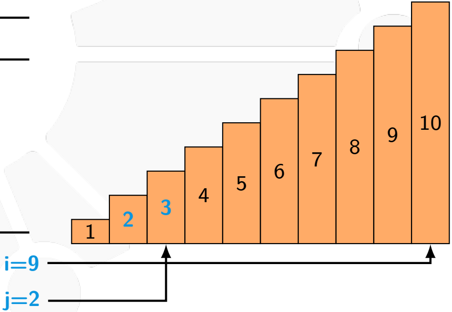


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

```
n ← tamanho de I
para i = 1 até n − 1
    para j = i até 1
        se I[j] < I[j − 1]
            Troque I[j] com I[j − 1]
```

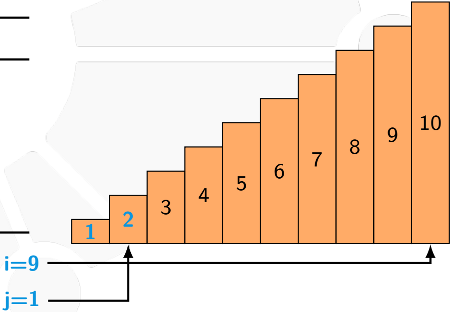


Ordenação por Inserção

- Se já temos **I[0], I[1], . . ., I[i-1]** ordenados.
- Inserimos **I[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **I[0], I[1], . . ., I[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(I)

$n \leftarrow$ tamanho de I
para $i = 1$ **até** $n - 1$
  para $j = i$ **até** 1
    se $I[j] < I[j-1]$
      Troque $I[j]$ com $I[j-1]$

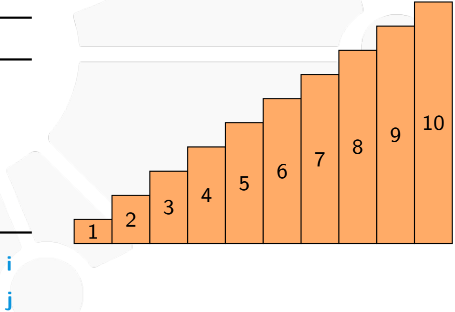


Ordenação por Inserção

- Se já temos **l[0], l[1], . . ., l[i-1]** ordenados.
- Inserimos **l[i]** na posição correta:
  - Fazemos algo similar ao BubbleSort.
- Ficamos com **l[0], l[1], . . ., l[i]** ordenados.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    para $j = i$ **até** 1
        se $l[j] < l[j-1]$
            Troque $l[j]$ com $l[j-1]$



Otimização

- Não é necessário trocar sempre até o começo da lista:
  - Podemos parar quando o elemento está na posição correta.
- Não é necessário fazer trocas:
  - Podemos ir deslocando os elementos para a direita.
  - Abrindo o espaço para o elemento a ser inserido.

Algoritmo: InsertionSort(l)

$n \leftarrow$ tamanho de l
para $i = 1$ **até** $n - 1$
    $aux \leftarrow l[i]$
    $j \leftarrow i$
    enquanto $j > 0$ **e** $l[j-1] > aux$
        $l[j] \leftarrow l[j-1]$
        $j \leftarrow j - 1$
    $l[j] \leftarrow aux$

InsertionSort funciona?

Algoritmo: InsertionSort(l)

1 $n \leftarrow$ tamanho de l
2 **para** $i = 1$ **até** $n - 1$
3 $\quad aux \leftarrow l[i]$
4 $\quad j \leftarrow i$
5 $\quad$ **enquanto** $j > 0$ **e** $l[j-1] > aux$
6 $\quad\quad l[j] \leftarrow l[j-1]$
7 $\quad\quad j \leftarrow j - 1$
8 $\quad l[j] \leftarrow aux$

Claramente os passos são simples e ele termina
Suponha que no início da iteração da linha 3 **l[0], ..., l[i - 1]** estão ordenados:

- Isso é verdade no início da primeira iteração.
  - **l[0]** sozinho está ordenado.

No final da iteração **i**, **l[0], ..., l[i]** estão ordenados?

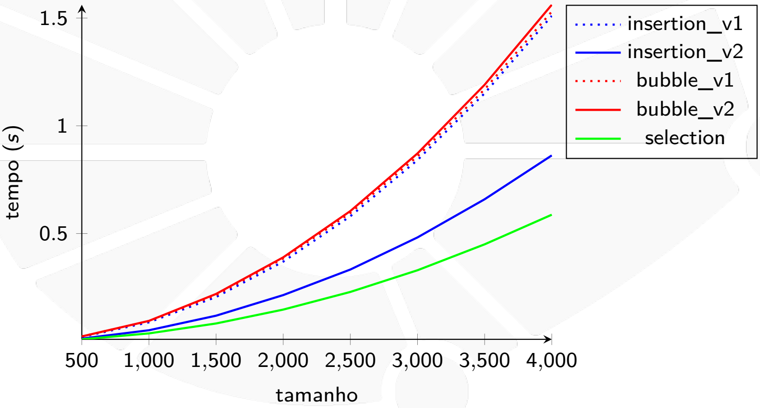
- Sim, pois **l[i]** é inserido de forma a manter a ordenação.

Ou seja, no final da última iteração, a lista está ordenada.

Experimentos

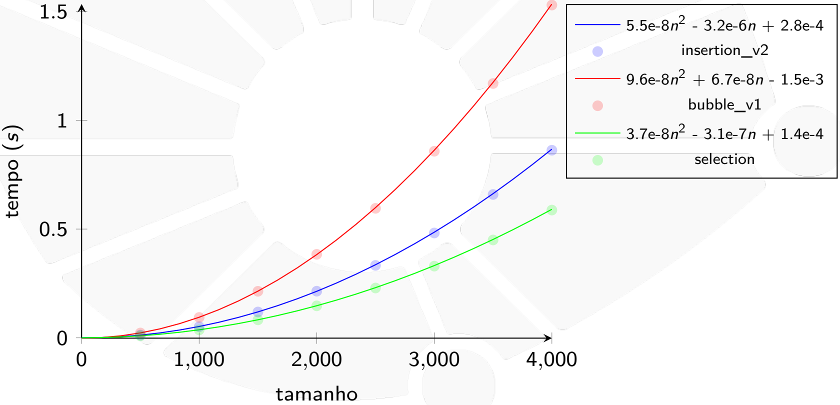
Experimento

- Listas de tamanho 500, 1000, . . . , 4000.
- Cada elemento escolhido aleatoriamente entre 0 e 1.
- Tiramos a média do tempo de 10 execuções.



Experimento

- Listas de tamanho 500, 1000, ..., 4000.
- Cada elemento escolhido aleatoriamente entre 0 e 1.
- Tiramos a média do tempo de 10 execuções.



Exercícios

Sobre os algoritmos

Vamos fazer alguns exercícios?

Exercícios

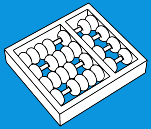
1. Implemente o SELECTIONSORT em Python.
2. Implemente as duas versões (otimizada e não otimizada) do BUBBLESORT em Python.
3. Implemente as duas versões (otimizada e não otimizada) do INSERTIONSORT em Python.
4. Realize experimentos computacioneis com as diferentes implementações.

Ordenação

MC102 - Algoritmos e Programação de Computadores

19

05/24



Santiago Valdés Ravelo
https://ic.unicamp.br/~santiago/
ravelo@unicamp.br

UNICAMP