

Proposta de 2ª Prova

MO619/MC948— Geometria Computacional

Prof. Pedro J. de Rezende

1º Semestre de 2018

Elaborada por: Guilherme Valarini, guilherme.a.valarini@gmail.com

1. **(Média)** Ferramentas de CAD (Computer Aided Design) nos permitem desenhar diversas estruturas complexas a partir de uma sequência de operações geométricas, como, por exemplo, a inserção e remoção de vértices e aresta em um poliedro/polígono e a geração de poliedros a partir da rotação de polígonos em um eixo. Você, em conjunto de um grande time, está desenvolvendo tais operações, sendo, uma delas, a operação de subtração de dois polígonos convexos P e Q . Considerando que estes têm, respectivamente, n e m vértices, queremos obter a(s) região(ões) poligonal(is) que delimita(m) o(s) espaço(s) obtido(s) pela operação $Q - P$. Construa um algoritmo linear que realize tais operações.
2. **(Fácil)** Considerando um diagrama de Voronoi de um conjunto S de n pontos em posição geral (cujos vértices de Voronoi tem grau igual a 3) e a sua respectiva triangulação de Delaunay dual, prove que:
 - (a) Todo vizinho mais próximo $p_j \in S$ de um sítio $p_i \in S$ tem o ponto médio v do segmento $\overline{p_i p_j}$ sobre uma aresta da célula de Voronoi do sítio p_i ;
 - (b) Se uma aresta e pertence ao casco convexo dos pontos de S , então e é uma aresta da triangulação de Delaunay;
 - (c) Se o casco convexo de um conjunto S de n pontos tem c pontos, então a triangulação de Delaunay tem $3n - c - 3$ arestas e $2n - c - 2$ triângulos;
3. **(Difícil)** Uma tarefa comum feita por motores de jogos digitais é o gerenciamento de simples inteligências artificiais que competem com um jogador real. Um dos diversos procedimentos que tais gerenciadores fazem é o de encontrar um caminho rápido (mínimo) entre o adversário controlado pela máquina e o jogador. Estamos desenvolvendo um jogo com as seguintes características:
 - O ambiente em que o jogador e o seu adversário se encontram é um polígono simples já triangulado;
 - Todos os estados do jogo são atualizados em ciclos fixos de mesmo período;
 - A cada ciclo de atualização, tanto o jogador quanto o seu adversário podem se mover apenas a triângulos adjacentes na triangulação do polígono.

Desenvolva um algoritmo eficiente que permita a obtenção do caminho mínimo entre o jogador real e o seu oponente a cada ciclo de atualização. Qual a complexidade do seu algoritmo no melhor caso? E no pior caso?

4. **(Fácil)** Mostre que $\Omega(n \log n)$ é cota inferior para o problema de computar a ordem de separação de um conjunto P de polígonos convexos a partir de um único movimento em uma direção D .
5. **(Média)** Você é o desenvolvedor de uma aplicação destinada a praticantes de caminhadas e corridas. Uma das suas tarefas é construir um método que, a partir de um conjunto L fixo de n localizações conhecidas em tempo de compilação, devolve ao usuário uma localização $l \in L$ tal que l seja o local mais distante da posição p atual do usuário. A partir desta descrição, responda:
 - (a) Tendo em mente a restrição de memória de alguns dispositivos móveis, como SmartWatches, descreva um algoritmo que implemente o método acima sem a utilização de uma estrutura auxiliar. Qual a complexidade deste algoritmo?
 - (b) Caso a restrição imposta na questão anterior fosse retirada, é possível desenvolver um algoritmo mais eficiente considerando apenas as resoluções das consultas? Se sim, qual a complexidade deste novo algoritmo? Quão grande é o espaço necessário para a implementação desta solução?
 - (c) Em caso afirmativo da questão anterior, compare as duas implementações e responda: se entre as atualizações desta aplicação um usuário faz em média k requisições a este método, quão grande deve ser k para que a sua nova implementação seja mais eficiente que a desenvolvida anteriormente considerando todo o tempo de processamento necessário (pré-processamento + consulta)?