Proposta de 2ª Prova

MO619/MC948 — Geometria Computacional

Prof. Pedro J. de Rezende

1º Semestre de 2018

Elaborada por: Augusto Damschi Bernardi, augustodamschibernardi@gmail.com

1. (Fácil) Considere uma cadeia poligonal C que começa em um ponto s e termina em um ponto t, de maneira que o polígono P formado pela união de C e o segmento $\overline{st}$ é convexo. Repare que isso implica que todos os pontos de C, com exceção de s e t, estão do mesmo lado de $\overleftrightarrow{st}$. Prove que qualquer cadeia poligonal $K \neq C$ que liga s e t, que está do mesmo lado de $\overleftrightarrow{st}$ em que C está e que não cruza o interior de P, tem comprimento maior que C.

2. (Fácil) O dono de uma loja resolveu instalar um sistema de câmeras para monitorar seu estabelecimento de casa. Porém, ao receber os aparelhos, descobriu que apenas uma das câmeras é capaz de se conectar com a internet para mandar imagens para o computador dele. Todas as outras câmeras transmitem as imagens capturadas entre si, até essas chegarem na câmera com internet. Além disso, para duas câmeras trocarem sinais entre si, é necessário que não exista nenhuma parede entre elas. Sabendo-se que sua loja possui planta baixa no formato de um polígono simples de n vértices e que as câmeras possuem visão de 360°, o dono da loja se pergunta se no seu caso sempre valerá a propriedade do problema da galeria de arte de serem necessários no máximo $\lfloor n/3 \rfloor$ câmeras para monitorar todo o interior do polígono. Prove a válidade da afirmação se ela for verdadeira, ou dê um contraexemplo se for falsa.

3. (Médio) Considere um polígono não convexo P, e um vértice reflexo v desse, com vizinhos e e d. Dizemos que v é uma anti-orelha se o interior triângulo $\triangle evd$ não contém nenhum ponto de P. Proponha um algoritmo linear para, dado P, encontrar uma anti-orelha.

4. (Médio) Considere um plano com n pontos azuis e n pontos vermelhos. Queremos conectar cada ponto azul a um ponto vermelho com um segmento de reta, sem que nenhum par de segmentos se cruze.

   a)Prove que tal procedimento é sempre possível.

   b)Encontre um algoritmo $O(n^2 \log n)$ para realizar o procedimento descrito.

5. (Difícil) Suponha que existem duas estrelas pontuais, $E1$ e $E2$, e considere o referencial em que ambas estão paradas. Em volta de cada uma delas gira um planeta em forma de polígono simples com velocidade angular ω no sentido horário. Note que cada vértice de

um polígono faz um movimento circular uniforme em volta da estrela correspondente. Crie um algoritmo que, dados os polígonos $P1$ e $P2$ que representam os planetas em um determinado instante de tempo, e as posições das estrelas, determina se os planetas eventualmente irão colidir. Qual a complexidade do seu algoritmo?