Proposta de 1ª Prova

MO619/MC948 — Geometria Computacional

Prof. Pedro J. de Rezende

1º Semestre de 2018

Elaborada por: Natanael Ramos, nramos@ic.unicamp.br

1. **Fácil:** Dada uma coleção S de n segmentos de reta no plano descritos por seus pontos extremos $(p_i, q_i), i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, prove que o problema de encontrar se existe alguma interseção entre dois desses segmentos tem quota inferior $\Omega(n \log n)$.

2. **Fácil:** Dado um conjunto S de n pontos plano, não todos colineares, considere o problema de determinar uma reta de suporte de S.
   (a) Projete um algoritmo de complexidade $O(n^3)$ para resolver o problema. Argumente porque seu algoritmo está correto.
   (b) Projete um algoritmo de complexidade $O(n)$ para resolver o problema. Argumente porque seu algoritmo está correto.

3. **Média:** Seja S um conjunto finito de n pontos no plano. Suponha que a envoltória convexa de um subconjunto $T \subset S$, $\mathrm{CH}(T)$, já foi construída, onde $|T| = n - \log n$. Projeto um algoritmo eficiente para construção de $\mathrm{CH}(S)$ a partir de $\mathrm{CH}(T)$ e dos pontos de $S - T$. Justifique a corretude de seu algoritmo e faça uma análise cuidadosa de sua complexidade de tempo expressando sua eficiência na forma de uma classe Θ. Obs.: lembre-se que é possível que todos, alguns ou nenhum dos vértices de $\mathrm{CH}(T)$ podem ser vértices de $\mathrm{CH}(S)$.

4. **Média:** Seja S um conjunto de n pontos no plano e $\mathrm{CH}(S)$ a envoltória convexa de S dada como uma lista de h pontos $p_1, p_2, \ldots, p_h$ em sentido anti-horário. Considere o problema de manter dinamicamente a envoltória convexa de S na medida em que novos pontos são adicionados a S, i.e., dada $\mathrm{CH}(S)$ e um novo ponto $p \notin S$, obtenha $\mathrm{CH}(S \cup \{p\})$. Descreva um algoritmo de complexidade de tempo $O(n)$ para solução desse problema.

5. **Difícil:** Seja S um conjunto de n pontos no plano, considere o problema de encontrar todos os pares de pontos mais próximos em S, ou seja, para cada $p_i \in S$, encontre o ponto $p_j \in S$ mais próximo de p_i.
   (a) Mostre que esse problema tem cota inferior $\Omega(n \log n)$.
   (b) Apresente um algoritmo com complexidade de tempo $O(n \log n)$ para resolver esse problema.