

## Proposta de 1ª Prova

MO619/MC948— Geometria Computacional

Prof. Pedro J. de Rezende

1º Semestre de 2018

Elaborada por: Guilherme Valarini, guilherme.a.valarini@gmail.com

**Aqui você pode colocar instruções.**

1. **(Dificuldade Média)** Dado um objeto opaco  $O$  representado por um poliedro  $S$  em  $\mathbb{R}^3$  de  $N$  vértices, uma fonte de luz representada por um ponto  $L$  também em  $\mathbb{R}^3$  e um plano  $P$  qualquer, queremos identificar a sombra de  $O$  projetada sobre o plano  $P$  a partir dos raios de luz do ponto  $L$ . Este é um dos diversos problemas no âmbito da computação gráfica, e a eficiência de tal processo é extremamente importante, principalmente em aplicações de tempo real. Sabendo disso, descreva um algoritmo  $\mathcal{O}(n \log n)$  que calcule a área da sombra de um objeto convexo  $O$  projetada no plano  $Y = \theta$  a partir de um ponto de luz  $L$ . Justifique a complexidade.
2. **(Dificuldade Fácil)** Dados dois polígonos estrelados  $A$  e  $B$  em um plano, queremos saber se existe intersecção entre os polígonos, ou seja, se existe um conjunto de pontos  $S$  tal que  $S$  esteja na parte interna do polígono  $A$  e do polígono  $B$ . Responda:
  - (a) Partindo das informações acima, qual a complexidade do melhor algoritmo possível para se solucionar tal problema? Justifique.
  - (b) É possível a obtenção de uma solução com uma complexidade menor a partir de alguma informação extra? Se sim, dê o algoritmo de tal solução e sua complexidade, senão, justifique.
3. **(Dificuldade Difícil)** Um dos problemas relacionados a simulações de física em jogos é a detecção de possíveis colisões entre os diversos objetos de uma cena. Dados  $N$  polígonos convexos em um plano, cada um com  $P$  pontos, responda:
  - (a) É possível saber se existe uma colisão entre pelo menos 1 par dos  $N$  polígonos sem a utilização de nenhuma estrutura adicional? Se sim, qual a complexidade desta solução?
  - (b) Dado que podemos utilizar uma estrutura adicional e um tempo de pré-processamento, podemos melhorar o algoritmo descrito na questão anterior? Se sim, descreva o novo algoritmo, e apresente uma análise de complexidade de tempo no pior e no melhor caso.

4. **(Dificuldade Fácil)** Dada uma redução  $P_1 \propto_{n^k} P_2$ , onde  $P_1$  tem cota inferior  $\Omega(n \log n)$  no modelo computacional  $M_1$  e o problema  $P_2$  é solúvel apenas no modelo computacional  $M_2$ , responda sim ou não, justificando:
- (a) Se  $M_1 = M_2$  e  $k \geq 2$ ,  $P_2$  tem cota inferior  $\Omega(n \log n)$ ?
  - (b) Se  $M_1 = M_2$  e  $k = 1$ ,  $P_2$  tem cota inferior  $\Omega(n \log n)$ ?
  - (c) Se  $k = 1$ ,  $M_1$  é o modelo de decisão binária e  $M_2$  é o modelo de árvore de decisão algébrica, a cota inferior de  $P_1$  pode ser transferida para  $P_2$ ? Analise a consequência da resposta dessa pergunta.
5. **(Dificuldade Média)** Considere que  $N$  partículas pontuais fixas do tipo  $A$  são distribuídas em um plano. Uma partícula pontual móvel do tipo  $B$  é colocada nalgum ponto próximo da região em que estão as partículas de tipo  $A$ . Essas partículas tem a seguinte característica: uma partícula  $q$  do tipo  $B$  é atraída pela partícula  $p$  do tipo  $A$  cuja distância é mínima dentre as distâncias de  $q$  a todas as partículas do tipo  $A$ . Dado um conjunto  $S$  com as coordenadas das posições de  $n$  partículas do tipo  $A$ , desenvolva um algoritmo eficiente que determine a qual partícula  $p$  de  $S$  uma dada partícula do tipo  $B$  será atraída. Analise, na versão consulta, as complexidades de seu algoritmo: tempo de pre-processamento, tempo de consulta e espaço.