

MC-202 — Unidade 5

Vetores

Rafael C. S. Schouery
rafael@ic.unicamp.br

Universidade Estadual de Campinas

2º semestre/2017

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Em C, um vetor é um bloco sequencial de memória

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Em C, um vetor é um bloco sequencial de memória

Ele pode ser alocado:

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Em C, um vetor é um bloco sequencial de memória

Ele pode ser alocado:

- estaticamente - `int v[100];`

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Em C, um vetor é um bloco sequencial de memória

Ele pode ser alocado:

- estaticamente - `int v[100];`
- dinamicamente - `int *v = malloc(100*sizeof(int));`

Vetores

Vetores são uma forma nativa do C de **estruturar dados**

- É uma lista **indexada** de itens
- Estão presentes em muitas outras linguagens também

Em C, um vetor é um bloco sequencial de memória

Ele pode ser alocado:

- estaticamente - `int v[100];`
- dinamicamente - `int *v = malloc(100*sizeof(int));`

A sua grande vantagem é o acesso em **tempo constante** a qualquer um dos seus elementos através do índice

TAD Vetor - Interface

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4 } Vetor;
5
6 typedef Vetor * p_vetor;
7
8 p_vetor criar_vetor(int tam);
9
10 void destruir_vetor(p_vetor v);
11
12 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x);
13
14 void remover_elemento(p_vetor v, int i);
15
16 int busca(p_vetor v, int x);
17
18 void imprime(p_vetor v);
```

TAD Vetor - Interface

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4 } Vetor;
5
6 typedef Vetor * p_vetor;
7
8 p_vetor criar_vetor(int tam);
9
10 void destruir_vetor(p_vetor v);
11
12 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x);
13
14 void remover_elemento(p_vetor v, int i);
15
16 int busca(p_vetor v, int x);
17
18 void imprime(p_vetor v);
```

- `p_vetor` é um ponteiro para `Vetor`

TAD Vetor - Interface

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4 } Vetor;
5
6 typedef Vetor * p_vetor;
7
8 p_vetor criar_vetor(int tam);
9
10 void destruir_vetor(p_vetor v);
11
12 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x);
13
14 void remover_elemento(p_vetor v, int i);
15
16 int busca(p_vetor v, int x);
17
18 void imprime(p_vetor v);
```

- `p_vetor` é um ponteiro para `Vetor`
- Precisaremos para mudar os campos de um `Vetor`

TAD Vetor - Interface

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4 } Vetor;
5
6 typedef Vetor * p_vetor;
7
8 p_vetor criar_vetor(int tam);
9
10 void destruir_vetor(p_vetor v);
11
12 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x);
13
14 void remover_elemento(p_vetor v, int i);
15
16 int busca(p_vetor v, int x);
17
18 void imprime(p_vetor v);
```

- `p_vetor` é um ponteiro para `Vetor`
- Precisaremos para mudar os campos de um `Vetor`
- Código ficará mais limpo usando `p_vetor`

TAD Vetor - Interface

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4 } Vetor;
5
6 typedef Vetor * p_vetor;
7
8 p_vetor criar_vetor(int tam);
9
10 void destruir_vetor(p_vetor v);
11
12 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x);
13
14 void remover_elemento(p_vetor v, int i);
15
16 int busca(p_vetor v, int x);
17
18 void imprime(p_vetor v);
```

- `p_vetor` é um ponteiro para `Vetor`
- Precisaremos para mudar os campos de um `Vetor`
- Código ficará mais limpo usando `p_vetor`
- Vamos sempre manipular via ponteiro

TAD Vetor - Implementação

```
1 #include "vetor.h"
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4
5 p_vetor criar_vetor(int tam) {
6     ...
7 }
8
9 void destruir_vetor(p_vetor v) {
10    ...
11 }
12
13 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
14    ...
15 }
16
17 void remover_elemento(p_vetor v, int x) {
18    ...
19 }
20
21 int busca(p_vetor v, int x) {
22    ...
23 }
24
25 void imprime(p_vetor v) {
26    ...
27 }
```

TAD Vetor - Implementação

```
1 #include "vetor.h"
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4
5 p_vetor criar_vetor(int tam) {
6     ...
7 }
8
9 void destruir_vetor(p_vetor v) {
10    ...
11 }
12
13 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
14    ...
15 }
16
17 void remover_elemento(p_vetor v, int x) {
18    ...
19 }
20
21 int busca(p_vetor v, int x) {
22    ...
23 }
24
25 void imprime(p_vetor v) {
26    ...
27 }
```

Veremos três implementações diferentes

TAD Vetor - Implementação

```
1 #include "vetor.h"
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4
5 p_vetor criar_vetor(int tam) {
6     ...
7 }
8
9 void destruir_vetor(p_vetor v) {
10    ...
11 }
12
13 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
14    ...
15 }
16
17 void remover_elemento(p_vetor v, int x) {
18    ...
19 }
20
21 int busca(p_vetor v, int x) {
22    ...
23 }
24
25 void imprime(p_vetor v) {
26    ...
27 }
```

Veremos três implementações diferentes

- as três fazem as mesmas coisas

TAD Vetor - Implementação

```
1 #include "vetor.h"
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4
5 p_vetor criar_vetor(int tam) {
6     ...
7 }
8
9 void destruir_vetor(p_vetor v) {
10    ...
11 }
12
13 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
14    ...
15 }
16
17 void remover_elemento(p_vetor v, int x) {
18    ...
19 }
20
21 int busca(p_vetor v, int x) {
22    ...
23 }
24
25 void imprime(p_vetor v) {
26    ...
27 }
```

Veremos três implementações diferentes

- as três fazem as mesmas coisas
- mas levam **tempos** diferentes

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1  p_vetor v;  
2  v = criar_vetor(100);
```

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1  p_vetor v;  
2  v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1  p_vetor v;  
2  v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

```
1  p_vetor criar_vetor(int tam) {  
2  p_vetor v;  
3  v = malloc(sizeof(Vetor));  
4  v->dados = malloc(tam * sizeof(int));  
5  v->n = 0;  
6  return v;  
7 }
```

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1 p_vetor v;  
2 v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

```
1 p_vetor criar_vetor(int tam) {  
2     p_vetor v;  
3     v = malloc(sizeof(Vetor));  
4     v->dados = malloc(tam * sizeof(int));  
5     v->n = 0;  
6     return v;  
7 }
```

Código no cliente:

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1 p_vetor v;  
2 v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

```
1 p_vetor criar_vetor(int tam) {  
2     p_vetor v;  
3     v = malloc(sizeof(Vetor));  
4     v->dados = malloc(tam * sizeof(int));  
5     v->n = 0;  
6     return v;  
7 }
```

Código no cliente:

```
1 destruir_vetor(v);
```


Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1  p_vetor v;  
2  v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

```
1  p_vetor criar_vetor(int tam) {  
2  p_vetor v;  
3  v = malloc(sizeof(Vetor));  
4  v->dados = malloc(tam * sizeof(int));  
5  v->n = 0;  
6  return v;  
7 }
```

Código no cliente:

```
1  destruir_vetor(v);
```

Código em vetor.c:

Inicialização/Destruição

Código no cliente:

```
1  p_vetor v;  
2  v = criar_vetor(100);
```

Código em vetor.c:

```
1  p_vetor criar_vetor(int tam) {  
2  p_vetor v;  
3  v = malloc(sizeof(Vetor));  
4  v->dados = malloc(tam * sizeof(int));  
5  v->n = 0;  
6  return v;  
7 }
```

Código no cliente:

```
1  destruir_vetor(v);
```

Código em vetor.c:

```
1  void destruir_vetor(p_vetor v) {  
2  free(v->dados);  
3  free(v);  
4 }
```

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     v->dados[v->n] = x;
3     v->n++;
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

9	3	7	6	2	5	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

9	3	7	6	2	5	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

9	3	5	6	2	5	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     v->dados[v->n] = x;  
3     v->n++;  
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

9	3	5	6	2	5	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção e Remoção

Inserção em $O(1)$ (tempo constante):

- inserimos no final do vetor

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2   v->dados[v->n] = x;
3   v->n++;
4 }
```

Remoção em $O(1)$:

- trocamos o elemento a ser removido com o último
- diminuimos n

Removendo elemento na posição 2:

9	3	5	6	2	5	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2   v->dados[i] = v->dados[v->n - 1];
3   v->n--;
4 }
```

Busca

Busca sequencial em $O(n)$ (linear)

Busca

Busca sequencial em $O(n)$ (linear)

```
1 int busca(p_vetor v, int x) {
2     int i;
3     for (i = 0; i < v->n; i++)
4         if (v->dados[i] == x)
5             return i;
6     return -1;
7 }
```


Busca

Busca sequencial em $O(n)$ (linear)

```
1 int busca(p_vetor v, int x) {
2     int i;
3     for (i = 0; i < v->n; i++)
4         if (v->dados[i] == x)
5             return i;
6     return -1;
7 }
```

Não podemos fazer busca binária, já que o vetor não está ordenado...

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Porém, ordenar custa:

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Porém, ordenar custa:

- $O(n^2)$ usando InsertionSort, SelectionSort ou BubbleSort

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Porém, ordenar custa:

- $O(n^2)$ usando InsertionSort, SelectionSort ou BubbleSort
- $O(n \lg n)$ usando outros algoritmos que veremos no curso

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Porém, ordenar custa:

- $O(n^2)$ usando InsertionSort, SelectionSort ou BubbleSort
- $O(n \lg n)$ usando outros algoritmos que veremos no curso

Só vale a pena se não tivermos que ordenar sempre

Buscas frequentes

Se as buscas no vetor forem muito frequentes:

- mais vantajoso realizar uma busca binária

Poderíamos ordenar o vetor antes e realizar a busca binárias

Porém, ordenar custa:

- $O(n^2)$ usando InsertionSort, SelectionSort ou BubbleSort
- $O(n \lg n)$ usando outros algoritmos que veremos no curso

Só vale a pena se não tivermos que ordenar sempre

Outra opção: podemos manter o vetor ordenado

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	9	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	9	?	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	7	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	6	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	5	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i;
3     for (i = v->n - 1; i >= 0 && v->dados[i] > x; i--)
4         v->dados[i+1] = v->dados[i];
5     v->dados[i+1] = x;
6     v->n++;
7 }
```

Inserção - Vetor Ordenado

Para adicionar um elemento precisamos:

- encontrar sua posição correta
- deslocar os elementos para a direita
- inserir na posição correta

Inserindo 4:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i;
3     for (i = v->n - 1; i >= 0 && v->dados[i] > x; i--)
4         v->dados[i+1] = v->dados[i];
5     v->dados[i+1] = x;
6     v->n++;
7 }
```

Tempo: $O(n)$

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição 3:

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	5	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```


Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2   for(; i < v->n - 1; i++)
3     v->dados[i] = v->dados[i+1];
4   (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	6	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	7	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {
2     for(; i < v->n - 1; i++)
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];
4     (v->n)--;
5 }
```

Remoção - Vetor Ordenado

Para remover um elemento precisamos:

- deslocar os elementos para a esquerda

Removendo elemento na posição **3**:

2	3	4	6	7	9	9	?	?	?
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

```
1 void remover_elemento(p_vetor v, int i) {  
2     for(; i < v->n - 1; i++)  
3         v->dados[i] = v->dados[i+1];  
4     (v->n)--;  
5 }
```

Tempo: $O(n)$

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
```

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
```

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
12
13 int busca(p_vetor v, int x) {
14     return busca_binaria(v->dados, 0, v->n - 1, x);
15 }
```

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
12
13 int busca(p_vetor v, int x) {
14     return busca_binaria(v->dados, 0, v->n - 1, x);
15 }
```

A função **busca** é a que o cliente usará

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
12
13 int busca(p_vetor v, int x) {
14     return busca_binaria(v->dados, 0, v->n - 1, x);
15 }
```

A função **busca** é a que o cliente usará

- O cliente não precisa saber que usamos busca binária

Busca - Vetor Ordenado

Realizamos busca binária em $O(\lg n)$

```
1 int busca_binaria(int *dados, int l, int r, int x) {
2     int m = (l+r)/2;
3     if (l > r)
4         return -1;
5     if (dados[m] == x)
6         return m;
7     else if (dados[m] < x)
8         return busca_binaria(dados, m + 1, r, x);
9     else
10        return busca_binaria(dados, l, m - 1, x);
11 }
12
13 int busca(p_vetor v, int x) {
14     return busca_binaria(v->dados, 0, v->n - 1, x);
15 }
```

A função **busca** é a que o cliente usará

- O cliente não precisa saber que usamos busca binária
- nem como chamá-la

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados
- Podemos considerar ordenar o vetor antes de buscar

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados
- Podemos considerar ordenar o vetor antes de buscar

Se temos poucas inserções e remoções e muitas buscas:

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados
- Podemos considerar ordenar o vetor antes de buscar

Se temos poucas inserções e remoções e muitas buscas:

- Usamos vetores ordenados

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados
- Podemos considerar ordenar o vetor antes de buscar

Se temos poucas inserções e remoções e muitas buscas:

- Usamos vetores ordenados

E se as três operações forem frequentes?

Vetores Não Ordenados vs. Ordenados

	Não Ordenados	Ordenados
Inserção	$O(1)$	$O(n)$
Remoção	$O(1)$	$O(n)$
Busca	$O(n)$	$O(\lg n)$

Se temos muitas inserções e remoções e poucas buscas:

- Usamos vetores não ordenados
- Podemos considerar ordenar o vetor antes de buscar

Se temos poucas inserções e remoções e muitas buscas:

- Usamos vetores ordenados

E se as três operações forem frequentes?

- Existem estruturas de dados para as quais as três operações custam $O(\lg n)$

Vetores Dinâmicos

Os vetores que vimos até agora tem um grande problema - eles têm espaço limitado

Vetores Dinâmicos

Os vetores que vimos até agora tem um grande problema - eles têm espaço limitado

Na hora de inicializar é necessário saber o tamanho máximo que o vetor terá durante o seu tempo de vida

Vetores Dinâmicos

Os vetores que vimos até agora tem um grande problema - eles têm espaço limitado

Na hora de inicializar é necessário saber o tamanho máximo que o vetor terá durante o seu tempo de vida

- Isso nem sempre é possível

Vetores Dinâmicos

Os vetores que vimos até agora tem um grande problema - eles têm espaço limitado

Na hora de inicializar é necessário saber o tamanho máximo que o vetor terá durante o seu tempo de vida

- Isso nem sempre é possível
- Pode levar a um grande desperdício de memória

Vetores Dinâmicos

Os vetores que vimos até agora tem um grande problema - eles têm espaço limitado

Na hora de inicializar é necessário saber o tamanho máximo que o vetor terá durante o seu tempo de vida

- Isso nem sempre é possível
- Pode levar a um grande desperdício de memória

Uma opção é criar um vetor que aumenta e diminuí de tamanho de acordo com a quantidade de dados armazenada

Mudança na struct

Vamos realizar uma mudança na `struct` que define o `vetor`

Mudança na struct

Vamos realizar uma mudança na `struct` que define o `vetor`

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4     int alocado;
5 } Vetor;
6
7 typedef Vetor * p_vetor;
```

Mudança na struct

Vamos realizar uma mudança na `struct` que define o `vetor`

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4     int alocado;
5 } Vetor;
6
7 typedef Vetor * p_vetor;
```

Mudança na struct

Vamos realizar uma mudança na `struct` que define o `vetor`

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4     int alocado;
5 } Vetor;
6
7 typedef Vetor * p_vetor;
```

O campo `alocado` indica com qual tamanho o vetor foi alocado

Mudança na struct

Vamos realizar uma mudança na `struct` que define o `vetor`

```
1 typedef struct {
2     int *dados;
3     int n;
4     int alocado;
5 } Vetor;
6
7 typedef Vetor * p_vetor;
```

O campo `alocado` indica com qual tamanho o vetor foi alocado

Porém, o campo `n` indica quantas posições estão de fato sendo usadas

Alterações na Inicialização

Basta armazenar no campo `alocado` qual o tamanho inicial

Alterações na Inicialização

Basta armazenar no campo `alocado` qual o tamanho inicial

```
1 p_vetor criar_vetor(int tam) {
2   p_vetor v;
3   v = malloc(sizeof(Vetor));
4   v->dados = malloc(tam * sizeof(int));
5   v->n = 0;
6   v->alocado = tam;
7   return v;
8 }
```

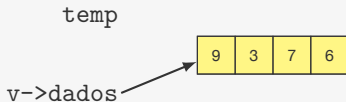
Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

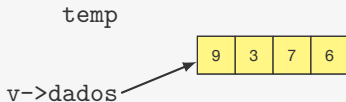
```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2   int i, *temp;
```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

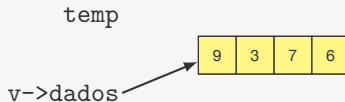
```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2   int i, *temp;
```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

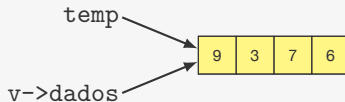
```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     int i, *temp;  
3     if (v->n == v->alocado) {
```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

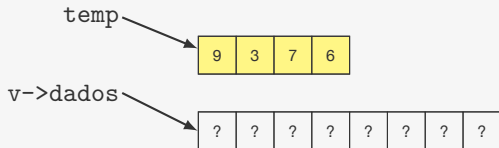
```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     int i, *temp;  
3     if (v->n == v->alocado) {  
4         temp = v->dados;
```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

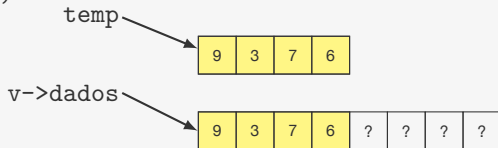
```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     int i, *temp;  
3     if (v->n == v->alocado) {  
4         temp = v->dados;  
5         v->alocado *= 2;  
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {  
2     int i, *temp;  
3     if (v->n == v->alocado) {  
4         temp = v->dados;  
5         v->alocado *= 2;  
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));  
7         for (i = 0; i < v->n; i++)  
8             v->dados[i] = temp[i];
```

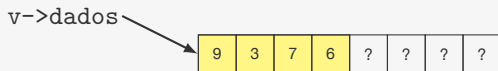


Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i, *temp;
3     if (v->n == v->alocado) {
4         temp = v->dados;
5         v->alocado *= 2;
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
7         for (i = 0; i < v->n; i++)
8             v->dados[i] = temp[i];
9         free(temp);

```



Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i, *temp;
3     if (v->n == v->alocado) {
4         temp = v->dados;
5         v->alocado *= 2;
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
7         for (i = 0; i < v->n; i++)
8             v->dados[i] = temp[i];
9         free(temp);
10    }
11    v->dados[v->n] = x;
12    v->n++;
13 }
```

v->dados

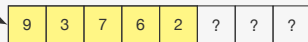


Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i, *temp;
3     if (v->n == v->alocado) {
4         temp = v->dados;
5         v->alocado *= 2;
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
7         for (i = 0; i < v->n; i++)
8             v->dados[i] = temp[i];
9         free(temp);
10    }
11    v->dados[v->n] = x;
12    v->n++;
13 }
```

v->dados



Tempo para inserir o i -ésimo elemento:

Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i, *temp;
3     if (v->n == v->alocado) {
4         temp = v->dados;
5         v->alocado *= 2;
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
7         for (i = 0; i < v->n; i++)
8             v->dados[i] = temp[i];
9         free(temp);
10    }
11    v->dados[v->n] = x;
12    v->n++;
13 }
```

v->dados



Tempo para inserir o i -ésimo elemento:

- $O(1)$ se não precisou aumentar o vetor

Alterações na Inserção

Se, ao inserir o elemento, iremos estourar o vetor, dobramos o seu tamanho

```
1 void adicionar_elemento(p_vetor v, int x) {
2     int i, *temp;
3     if (v->n == v->alocado) {
4         temp = v->dados;
5         v->alocado *= 2;
6         v->dados = malloc(v->alocado * sizeof(int));
7         for (i = 0; i < v->n; i++)
8             v->dados[i] = temp[i];
9         free(temp);
10    }
11    v->dados[v->n] = x;
12    v->n++;
13 }
```

v->dados



Tempo para inserir o i -ésimo elemento:

- $O(1)$ se não precisou aumentar o vetor
- $O(i)$ se precisou aumentar o vetor

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Ao invés de “cobrar” i da i -ésima inserção, cobre **3** de i :

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Ao invés de “cobrar” i da i -ésima inserção, cobre **3** de i :

- **1** para pagar a inserção atual

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Ao invés de “cobrar” i da i -ésima inserção, cobre **3** de i :

- **1** para pagar a inserção atual
- **1** para pagar a sua cópia para um novo vetor

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Ao invés de “cobrar” i da i -ésima inserção, cobre **3** de i :

- **1** para pagar a inserção atual
- **1** para pagar a sua cópia para um novo vetor
- **1** para pagar a cópia de um outro elemento para um novo vetor

Tempo para inserir n elementos

Inserir o i -ésimo elemento pode demorar tempo $O(i)$

Então inserir n elementos demora tempo $O(n^2)$

- custo **amortizado** por elemento $O(n)$

Essa análise não é justa

- Na verdade, o custo amortizado é $O(1)$

Ao invés de “cobrar” i da i -ésima inserção, cobre 3 de i :

- 1 para pagar a inserção atual
- 1 para pagar a sua cópia para um novo vetor
- 1 para pagar a cópia de um outro elemento para um novo vetor

Dessa forma, nunca ficamos devendo

Simulação da contabilidade



\$0

Simulação da contabilidade

1

\$1

Simulação da contabilidade

1

\$1



1	
---	--

\$0

\$0

Simulação da contabilidade

1

\$1

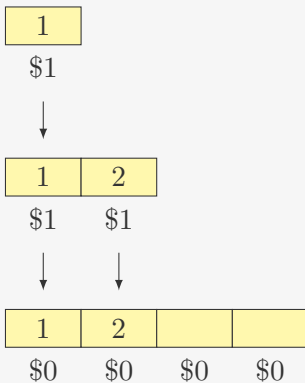


1	2
---	---

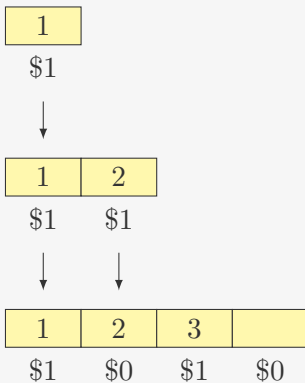
\$1

\$1

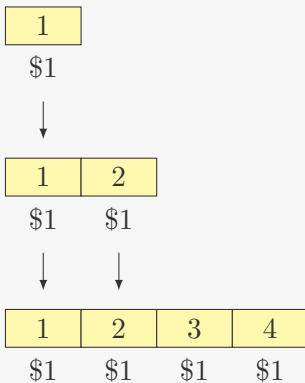
Simulação da contabilidade



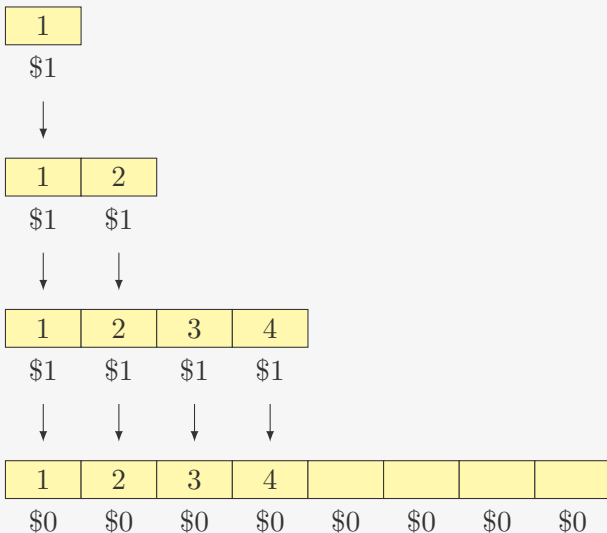
Simulação da contabilidade



Simulação da contabilidade



Simulação da contabilidade



Alterações na Remoção

Para não desperdiçar espaço, diminuámos o vetor ao remover

Alterações na Remoção

Para não desperdiçar espaço, diminuimos o vetor ao remover

Reduzimos o vetor pela metade quando ele estiver $1/4$ cheio

Alterações na Remoção

Para não desperdiçar espaço, diminuimos o vetor ao remover

Reduzimos o vetor pela metade quando ele estiver $1/4$ cheio

- Melhor do que quando estiver $1/2$ cheio

Alterações na Remoção

Para não desperdiçar espaço, diminuimos o vetor ao remover

Reduzimos o vetor pela metade quando ele estiver $1/4$ cheio

- Melhor do que quando estiver $1/2$ cheio

Custo amortizado de $O(1)$

Alterações na Remoção

Para não desperdiçar espaço, diminuimos o vetor ao remover

Reduzimos o vetor pela metade quando ele estiver $1/4$ cheio

- Melhor do que quando estiver $1/2$ cheio

Custo amortizado de $O(1)$

Implementação: Exercício

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

- Inserção e Remoção em $O(1)$ (amortizado)

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

- Inserção e Remoção em $O(1)$ (amortizado)
- Desperdiçam no máximo $3n$ de espaço

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

- Inserção e Remoção em $O(1)$ (amortizado)
- Desperdiçam no máximo $3n$ de espaço

Úteis se você não sabe o tamanho do vetor

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

- Inserção e Remoção em $O(1)$ (amortizado)
- Desperdiçam no máximo $3n$ de espaço

Úteis se você não sabe o tamanho do vetor

- mas pode trazer um *overhead* desnecessário

Vetores Dinâmicos - Conclusão

Vetores dinâmicos:

- Inserção e Remoção em $O(1)$ (amortizado)
- Desperdiçam no máximo $3n$ de espaço

Úteis se você não sabe o tamanho do vetor

- mas pode trazer um *overhead* desnecessário

Algumas operações de inserção e remoção podem demorar muito (mas acontecem poucas vezes)

Exercício - Busca Binária Iterativa

Implemente uma versão da busca binária que não utiliza recursão.

Exercício - Vetor Dinâmico Ordenado

Implemente a inserção de um vetor dinâmico ordenado.

- Quanto tempo pode demorar a inserção do i -ésimo elemento?

Exercício - Vetor Dinâmico Ordenado

Implemente a inserção de um vetor dinâmico ordenado.

- Quanto tempo pode demorar a inserção do i -ésimo elemento?
- Qual é o tempo amortizado da inserção?