# Leilões para o Compartilhamento Dinâmico de Viagens

Qualificação de Mestrado

**Candidato:** Leonardo Yvens Schwarzstein[1]
**Orientador:** Rafael Crivellari Saliba Schouery[2]
**Co-orientador:** Flávio Keidi Miyazawa[3]
**Instituição sede:** UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas

**Resumo**

O mestrado de Leonardo Yvens Schwarzstein, no Instituto de Computação, UNICAMP, pretende contribuir para o avanço científico nas áreas de Otimização Combinatória, Pesquisa Operacional e Teoria de Jogos Algorítmica focando, em particular, em leilões à prova de estratégia para o compartilhamento dinâmico de viagens. Considerando a importância prática de tais problemas, faz-se necessário projetar algoritmos exatos e heurísticas para o mesmos, além de investigar a estrutura combinatória destes, explorando-as para alcançar novos patamares na resolução dos problemas.

Assim, nosso objetivo é o projeto de novos leilões para o compartilhamento dinâmico de viagens e a implementação de algoritmos exatos e heurísticas para resolver estes leilões que melhorem o estado-da-arte. Já foram obtidos resultados preliminares com o desenvolvimento de um leilão à prova de estratégia para o caso de um único motorista que pode servir múltiplos passageiros. Pretendemos expandir estes resultados e generalizá-los para o caso de múltiplos motoristas. Este projeto visa também a continuidade da formação do candidato na área.

**Palavras-Chave**: Otimização Combinatória, Pesquisa Operacional, Teoria de Jogos Algorítmica, Compartilhamento de Viagens Dinâmico.

[1]Email: `leoyvens@gmail.com`
[2]Email: `rafael@ic.unicamp.br`
[3]Email: `fkm@ic.unicamp.br`

# 1 Introdução

Nesse projeto de pesquisa para o mestrado de Leonardo Yvens Schwarzstein, no Instituto de Computação, UNICAMP, pretendemos contribuir para o avanço científico nas áreas de Otimização Combinatória, Pesquisa Operacional e Teoria de Jogos Algorítmica focando, em particular, em leilões para o compartilhamento dinâmico de viagens.

O *compartilhamento de viagens* ou *ridesharing* ocorre quando um motorista decide compartilhar uma viagem em seu carro com passageiros que possuem um trajeto semelhante ao seu, em troca de um pagamento. O motorista diminui o seu custo ou mesmo obtém um ganho em relação a viagem que faria sozinho. Da mesma forma o passageiro realiza uma viagem com custo menor ou com maior conveniência do que faria sozinho.

Além dos benefícios para os participantes da viagem, o compartilhamento de viagens é vantajoso para a sociedade como um todo pois ameniza os danos econômicos e ambientais causados pelo uso de automóveis pessoais em centros urbanos. Segundo relatório da Fundação Getúlio Vargas [4], a crise de mobilidade em São Paulo custou mais de R$ 40 bilhões em 2012, valor equivalente a 1% do PIB brasileiro e 7,5% do PIB paulistano. Em 2012 haviam 0,42 automóveis por habitante e comprimento total de congestionamentos de 120 quilômetros em média nos horários de pico, dados que indicam uma baixa taxa de ocupação dos veículos. A presença do congestionamento resulta em uma emissão de poluentes aproximadamente três vezes maior do que a emissão esperada sem congestionamento [4]. Pesquisadores de diversas áreas estudam o compartilhamento de viagens como uma maneira de melhorar a eficiência do transporte urbano [19, 16, 3].

Recentemente houve um grande crescimento de aplicativos que possibilitam solicitar em curto prazo o serviço de motoristas independentes que utilizam seus proprios carros pessoais. Quando a motivação do motorista é obter uma renda recorrente através das viagens, tal como nos serviços Uber e Lyft, o serviço é denominado *ridesourcing* [22]. Este é um cenário diferente do compartilhamento de viagens ou *ridesharing*, onde o motorista busca dividir custos com passageiros que possuem trajetos semelhantes ao dele. O BlaBlaCar é um exemplo de serviço facilitador do compartilhamento de viagens. Alguns serviços de *ridesourcing* também buscam o compartilhamento como meio de reduzir custos, por exemplo o UberPool e Lyft Line oferecem um menor custo ao servir múltiplos passageiros em uma mesma rota. Este estudo irá focar em sistemas de compartilhamento de viagens, porém pretendemos analisar também como os resultados se aplicam a sistemas de *ridesourcing*. Todos estes serviços fazem parte de um novo tipo de interação econômica, possibilitado pela internet, chamado de consumo colaborativo ou economia do compartilhamento [10].

Formalmente os problemas de compartilhamento de viagens consistem em, dado um conjunto de motoristas e passageiros, designar passageiros a motoristas determinando as rotas a serem seguidas e o preço a ser pago por cada passageiro. O **Problema de Compartilhamento Dinâmico de Viagens**, também conhecido como compartilhamento de viagens em tempo real, é caracterizado em Agatz et al. [1] pelas seguintes propriedades: *Dinâmico*, a designação deve ser feita rapidamente pois novas requisições chegam continuamente; *Independente*, os motoristas e passageiros são agentes independentes e portanto só aceitam compartilhar uma viagem caso isto traga algum benefício; *Compartilhamento de custos*, os participantes são motivados por obter um custo menor do que teriam viajando sozinhos; *Viagens não-recorrentes*, viagens únicas ao invés de viagens recorrentes agendadas; *Automático*, o sistema deve requerer o mínimo de esforço dos participantes. Por exemplo vemos que o BlaBlaCar é um exemplo de serviço de compartilhamento de viagens não dinâmico, pois a viagem é agendada com antecedência e não há otimização do custo da rota.

O problema de compartilhamento dinâmico de viagens envolve o estudo tanto de problemas de roteamento como de problemas de precificação, aspectos estes analisados separadamente a seguir.

Problemas de roteamento consistem em encontrar rotas ótimas para transportar bens ou passageiros utilizando veículos. O compartilhamento de viagens envolve um problema de roteamento dinâmico complexo, com coleta e entrega de passageiros e restrições de tempo de viagem e capacidade do veículo. Este problema de roteamento é conhecido na literatura com DARP (Dial-A-Ride Problem) [7], primeiramente estudado por Psaraftis [21] onde é resolvido com programação dinâmica. Soluções mais recentes utilizam modelos de programação linear inteira. O modelo utilizado neste projeto é baseado no modelo proposto por Cordeau [6].

O problema da precificação das viagens ganha importância no compartilhamento dinâmico de viagens pois a independência dos agentes faz com que seja necessário um incentivo a participação de passageiros e especialmente motoristas no sistema. Porém este aspecto ainda é pouco explorado na literatura [8]. Em momentos de alta demanda, onde há poucos motoristas para muitos passageiros, é necessário aumentar o ganho para o motorista e consequentemente o preço para o passageiro de maneira a equilibrar o mercado. O aumento dos preços estimula a entrada de motoristas e pode mesmo levar um agente a deixar de participar como passageiro e passar a participar como motorista no sistema. Neste momento a a minimização de custos deixa de ser o único objetivo do sistema pois é necessário considerar também o valor de cada passageiro pela viagem. Sistemas de *ridesourcing* como o Uber e Lyft aumentam o preço por quilômetro nestas situações, método conhecido como *preço dinâmico*. Este estudo pretende explorar leilões como uma forma alternativa de precificar viagens compartilhadas em momentos de alta demanda.

Algumas propriedades estudadas na teoria de leilões se destacam na aplicação a viagens compartilhadas. Um leilão é *à prova de estratégia* se o passageiro obtém o maior ganho possível ao reportar como lance o seu real valor para a viagem. Ou seja, o passageiro não se beneficia ao tentar manipular individualmente o resultado do leilão a seu favor. Uma tentativa de manipular o leilão é chamada de *comportamento estratégico* e um leilão é à prova de estratégia se não incentiva o comportamento estratégico individual. Tal leilão é dito também *compatível com o incentivo*.

Um leilão é *individualmente racional* quando o preço para o passageiro é sempre menor ou igual ao seu lance. Esta propriedade é necessária, porém não suficiente, para que o leilão seja à prova de estratégia.

Um leilão tem um *orçamento balanceado* quando o preço pago ao motorista sempre cobre os custos adicionais para transportar os passageiros. Isto é, o motorista não é prejudicado financeiramente por transportar os passageiros. Esta propriedade é importante para estimular a participação de motoristas no sistema. Nota-se que a definição do custo do motorista é diferente entre sistemas de compartilhamento de viagens e de *ridesourcing*. No compartilhamento de viagens para que o motorista não tenha prejuízo basta cobrir o custo do desvio realizado para servir os passageiros, visto que o motorista faria a rota sozinho se necessário. Já no *ridesourcing* é necessário cobrir o custo completo da rota pois o motorista não se beneficia do deslocamento.

## 1.1 Revisão Bibliográfica

Existe uma literatura prévia sobre precificações baseadas em leilão para sistemas de compartilhamento de viagens e de *ridesourcing*. Kamar et al. [11] propõe um sistema para múltiplos motoristas baseado no leilão Vickrey-Clark-Groves (VCG) [25, 5, 9] que não é orçamento balanceado e, por usar heurísticas para obter um melhor desempenho computacional, deixa de garantir a propriedade de ser à prova de estratégia. Kleiner et al. [12] considera um leilão à prova de estratégia (uma adaptação do leilão de segundo preço [25]) para um único motorista e um único passageiro, que é à prova de estratégia e orçamento balanceado.

Na literatura mais recente, Zhang et al. [26] aplicam um leilão bilateral de redução de troca que é à prova de estratégia, modificando o mecanismo de McAfee [15] para um cenário de *ridesourcing*. Em um leilão bilateral motoristas e passageiros dão lances no preço por quilômetro e é escolhido um preço único tal que o número de motoristas dispostos a aceitá-lo é igual ao número de passageiros dispostos a aceitá-lo. Uma limitação deste trabalho é que um motorista pode ser pareado com apenas um passageiro por vez, e não é garantido o orçamento balanceado.

Em outro artigo recente, Zhao et al. [27] propõe um modelo teórico que utiliza o VCG com preços reserva, trocando a garantia de eficiência econômica pelo orçamento balanceado. Shen et al. [24] propõe um sistema de ridesharing *online* onde para cada passageiro que entra no sistema é oferecida uma estimativa de preço para ser servido por um dos motoristas disponíveis, portanto lida com uma situação onde a oferta de motoristas é suficiente para que os passageiros sejam imediatamente servidos. O sistema afirma ser orçamento balanceado e à prova de estratégia porém o preço final do passageiro pode ser menor que estimativa que foi aceita, o que pode resultar no comportamento estratégico de um passageiro que aceita uma estimativa maior que o seu valor real na esperança de conseguir um preço final menor que o seu valor real. Portanto o sistema é de fato apenas *individualmente racional*, ou seja, garante que um passageiro que aceite apenas estimativas menores ou iguais ao seu valor real não terá prejuízos.

Um levantamento [8] cita desafios para o projeto de leilões para compartilhamento de viagens, entre eles garantir simultaneamente as propriedades de ser à prova de estratégia, orçamento balanceado e permitir múltiplos passageiros por viagem. Mesmo na literatura recente este desafio ainda não foi superado, pretendemos projetar leilões que atendem a estas propriedades.

# 2 Abordagens de Pesquisa

A seguir, apresentamos as abordagens de pesquisa consideradas neste projeto.

## 2.1 Teoria de Jogos Algorítmica e Projeto de Leilões

A Teoria de Jogos estuda como agentes independentes escolhem suas ações considerando que o ganho ou perda resultante desta ação depende das ações dos outros agentes. Estas situações são chamadas de *jogos* e as ações possíveis para cada jogador são chamadas *estratégias*. O ganho de um jogador dado um resultado do leilão é a *utilidade* do jogador. Assume-se que os jogadores se comportam de maneira a maximizar sua utilidade. Podemos aplicar as ferramentas teóricas da Teoria de Jogos ao estudo de leilões, vendo um leilão como um jogo onde a estratégia de cada jogador é o seu lance. Isto permite analisar como os jogadores podem manipular um leilão ao se comportar de maneira estratégica e como projetar leilões que sejam resistentes a estas manipulações.

Neste início de século o estudo da interação entre teoria de jogos e computação, chamado de Teoria de Jogos Agorítmica (TJA), cresceu drasticamente [23]. O projeto de leilões é uma grande área da TJA, sendo que uma de suas aplicações de destaque é o leilão de anúnicios em serviços de busca e redes sociais. Estes leilões geram anualmente um faturamento de dezenas de bilhões de dólares para empresas como Google e Facebook [13].

O compartilhamento dinâmico de viagens possui características próprias dos problemas estudados pela TJA, pois envolve um problema de precificação entre agentes independentes agindo em interesse próprio e o resultado deve ser calculado rapidamente. Porém a maior parte dos estudos se concentra apenas no problema de encontrar a rota com menor custo, sem detalhar como dividir este custo entre os passageiros e sem considerar o interesse da empresa que organiza o serviço e dos motoristas em obter lucro da viagem [8]. Serviços comerciais como o Uber aumentam o preço por quilômetro quando a demanda está elevada em relação a oferta, prática conhecida como preço dinâmico ou *surge pricing*. Leilões são uma maneira alternativa de precificar a viagem de acordo com a oferta e demanda onde o passageiro tem controle sobre o preço que está disposto a pagar.

Existem diversos tipos de leilões. Um exemplo de interesse para este estudo é o leilão de item único e lances fechados. Neste leilão, cada comprador $i$ submete um único lance $b_i$ por um único item, sem saber o lance dos outros jogadores. Cada comprador $i$ possui um valor $v_i$ que quantifica o benefício que $i$ teria ao obter o item e o preço pago por $i$ ao final do leilão é denotado por $p_i$. Em um leilão de item único há um único ganhador $w$ que leva o item, sua utilidade é $u_w = v_w - p_w$ portanto a diferença entre o valor que dá pelo item e o preço pago. Os compradores tem valor 0 por não ganhar o item e assim a utilidade de um comprador não ganhador $i \neq w$ será $u_i = -p_i$. Um mecanismo para resolver este leilão deve propor uma regra para definir quem será o ganhador que levará o item e qual será o preço pago por cada participante.

Entre as principais propriedades desejáveis estudadas na teoria de leilões estão: a propriedade de ser *à prova de estratégia*, de *maximizar o bem-estar social*, de ter um *orçamento balanceado* e de *maximizar o lucro*. Focaremos nas três primeiras propriedades neste estudo, utilizando o lucro como métrica para comparar os leilões.

Um leilão é *à prova de estratégia* se o comprador maximiza a sua utilidade ao revelar como lance o seu real valor pelo item, ou seja, $u_i$ é máximo quando $b_i = v_i$. Esta propriedade é desejável pois significa que o leilão não pode ser manipulado estrategicamente por um único comprador e basta que cada comprador revele sua verdadeira valoração para que todos estejam utilizando sua estratégia ótima. Em termos da Teoria de Jogos se diz que $b_i = v_i$ é uma *estratégia dominante*. Um leilão *maximiza o bem-estar social* quando os bens são distribuídos aos compradores que mais os valorizam. Esta propriedade é desejável pois significa que o leilão é economicamente eficiente pois aloca os bens de maneira a gerar o máximo de valor para a sociedade como um todo. Um leilão é dito *orçamento balanceado* quando não é necessário nenhum subsídio externo, isto é, os preços definidos são pagos inteiramente pelos participantes. Notavelmente, o teorema de Myerson-Satterthwaite [17] enuncia que, de maneira geral, não é possível projetar um mecanismo que satisfaça estas três propriedades simultaneamente. As consequências deste teorema para o compartilhamento de viagens são detalhadas em [27].

Um mecanismo que obtém as propriedades de ser à prova de estratégia e maximar o bem-estar social para o leilão de item único é o *leilão de segundo preço*, ou leilão de Vickrey [25]. Neste leilão o ganhador é aquele com lance $b_i$ máximo, e o preço cobrado é o segundo maior lance. Os participantes não ganhadores pagam 0. Para argumentar que este leilão é à prova de estratégia considere um jogador $i$ que perde com $b_i = v_i$ por haver um lance maior $b_w > v_i$. Se $i$ aumentar seu lance de modo a superar o lance ganhador $b_w$ e se tornar o novo ganhador, seu preço será $p_i = b_w$ e portanto sua utilidade será $u_i = v_i - b_w$, porém como $b_w > v_i$ temos $u_i < 0$ logo $i$ teve prejuízo ao mentir. O ganhador $w$ poderia tentar diminuir seu lance $b_w$ de modo a diminuir seu preço $p_w$. Porém $p_w$ depende apenas do segundo maior lance, logo $w$ não consegue abaixar seu preço. Caso $w$ diminua seu lance ao ponto de deixar de ser o ganhador isto resultaria em uma utilidade zero, sendo que como $p_w \leq b_w$ quando $b_w = v_w$ temos $u_w \geq 0$. Concluímos que a estratégia dominante dos jogadores será fazer $b_i = v_i$. Para maximizar o bem-estar social basta escolher o lance máximo como ganhador e o item será dado para o comprador que mais o valoriza.

O mecanismo Vickrey-Clark-Groves (VCG) [25, 5, 9] é uma generalização do leilão de segundo preço, sendo muito estudado na literatura como um método geral para se obter mecanismos à prova de estratégia que maximizam o bem-estar social. Porém os mecanismos VCG não necessariamente cobrem os custos do vendedor. Estes mecanismos também não oferecem garantias quanto aos lucros, podendo resultar em lucro zero mesmo em situações com vários participantes e lances altos [2]. Isto motiva a busca por mecanismos mais específicos que obtenham melhores resultados práticos.

## 2.2 Algoritmos Exatos

Na abordagem de *Algoritmos Exatos* procuramos desenvolver algoritmos que obtenham soluções exatas/ótimas explorando a estrutura do problema para minimizar o processo de enumeração envolvido na busca de uma solução ótima.

A principal estratégia que iremos considerar nesta linha é a de *Programação Linear Inteira*, onde o problema é primeiramente formulado através de um programa linear onde algumas, ou até mesmo todas, variáveis devem ser inteiras (Programa Linear Inteiro - PLI). Nesta estratégia, um algoritmo que usa o método *Branch-and-Bound* faz uso de uma árvore de enumeração (não necessariamente explícita) na qual a raiz da árvore é a relaxação da formulação do problema em programação linear inteira (formulação onde foram removidas apenas a restrição de integralidade das variáveis). Cada nó desta árvore representa um programa linear relaxado. A ramificação de cada nó é feita dividindo-se o espaço de busca através da inserção de novas restrições (tipicamente sobre variáveis fracionárias do programa linear) e com isso gerando outros nós filhos a partir de um nó da árvore. Sempre que um nó apresentar uma atribuição inviável ou apenas soluções piores ou iguais que alguma já existente, este ramo da árvore é podado. Esta abordagem usa o fato de que programação linear pode ser resolvida rapidamente e a resolução do programa linear associado a um nó pode aproveitar a estrutura da solução de nós anteriores, agilizando assim a busca da solução do nó atual. Além disso, a enumeração é guiada na direção da função objetivo do problema.

Neste projeto iremos utilizar a Programação Linear Inteira para modelar o problema de roteamento envolvido no compartilhamento dinâmico de viagens. A instância de entrada é um grafo completo onde os vértices são os pontos de início e destino do motorista e de coleta e entrega dos passageiros e o peso arestas representa o custo do deslocamento de um ponto ao outro para o motorista. O motorista possui um tempo máximo de viagem e cada passageiro possui um tempo máximo de entrega no destino.

Estudaremos o modelo de roteamento de veículos DARP que contempla as restrições complexas encontradas no compartilhamento dinâmico de viagens, como restrições de tempo de viagem e capacidade do veículo. Consideramos o caso geral onde os pontos de coleta e entrega de passageiros pode ser distintos dos pontos de início e destino do motorista. Este é um problema NP-difícil, isto é, não existem algoritmos que encontram soluções ótimas em tempo polinomial, a menos que P=NP.

A seguir apresentamos como exemplo um PLI que modela estas restrições e tem como objetivo encontrar a viagem que maximiza o bem-estar social, definido como a soma dos valores dos passageiros menos o custo do motorista. As restrições de roteamento são baseadas na formulação para o DARP (Dial-A-Ride Problem) por Cordeau [6], simplificada para um único motorista.

Primeiro definimos a notação utilizada na definição do PLI, começando pelos valores de entrada. Os vértices de coleta são representados pelo conjunto $P = \{1, ..., n\}$ e os de entrega pelo conjunto $D = \{n + 1, ..., 2n\}$ onde $n$ é o número de passageiros. O início do motorista é o vértice 0 e o destino do motorista é o vértice $2n + 1$. O conjunto de todos os vértices do grafo é $N = P \cup D \cup \{0, 2n + 1\}$. A capacidade máxima de passageiros no veículo é $Q$ e a mudança no número de passageiros no veículo ao passar pelo vértice $i$ é $q_i$ tal que $q_i = 1$ se $i \in P$, $q_i = -1$ se $i \in D$ e $q_i = 0$ se $i \in \{0, 2n+1\}$. O tempo para percorrer a aresta $(i, j)$ é $t_{ij}$, o tempo de chegada no destino do motorista não pode ultrapassar $l_m$ e o tempo de chegada no destino de um passageiro coletado $i$ não pode ultrapassar $l_i$. O custo do motorista para percorrer a aresta $(i, j)$ é $c_{ij}$.

Devemos também definir as variáveis do modelo, cujos valores serão atribuídos de maneira a otimizar a função objetivo dentro do espaço de valores que satisfazem as restrições. Cada aresta $(i, j)$ possui uma variável binária $x_{ij} \in \{0, 1\}$ que indica se a aresta pertence à rota, valendo 1 se a aresta pertence à rota e 0 caso contrário. A variável $B_i$ é real não-negativa e representa o tempo em que o motorista passa pelo vértice $i$. A variável $Q_i$ é inteira não-negativa e representa o número de passageiros no veículo após visitar o vértice $i$.

A função objetivo apresentada a seguir maximiza os valores dos passageiros servidos menos o custo do motorista, portanto encontra a viagem com bem-estar social máximo:

$$\max \sum_{i \in P} x_{ij} v_i - \sum_{i \in N} x_{ij} c_{ij}$$

As restrições são:

$$\sum_{j \in N} x_{0j} = 1. \tag{1}$$

$$\sum_{i \in N} x_{i,2n+1} = 1. \tag{2}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ji} = \sum_{j \in N} x_{ij} \quad \forall i \in P \cup D. \tag{3}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in P \cup D. \tag{4}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = \sum_{j \in N} x_{i+n,j} \quad \forall i \in P. \tag{5}$$

$$l_m \geq B_j \geq (B_i + t_{ij}) x_{ij} \quad \forall i, j \in N. \tag{6}$$

$$0 \leq B_{n+i} - B_i \leq l_i \quad \forall i \in P \cup D. \tag{7}$$

$$Q \geq Q_j \geq (Q_i + q_j) x_{ij} \quad \forall i, j \in P \cup D. \tag{8}$$

As restrições (1), (2), (3) e (4) são restrições de fluxo que garantem que as variáveis $x_{ij}$ com valor 1 definem um caminho simples cujo primeiro vértice é o início do motorista e termina no destino do motorista. A formação de ciclos não é possível devido às restrições em (6), o tempo de chegada dos nós em um ciclo tenderia ao infinito. A restrição (5) garante que um passageiro é pego se e somente se ele é entregue. As restrições em (6) assinalam o tempo de chegada em cada vértice e garantem que seja menor que o tempo máximo de chegada do motorista. As restrições em (7) garantem que o passageiro é coletado antes de ser deixado e que o seu tempo máximo de viagem é respeitado. As restrições em (8) atribuem o número de passageiros no veículo em cada vértice e fazem com que o limite de capacidade seja respeitado. A desigualdade quadrática em (8) pode ser trocada pela desigualdade linear $Q_j \geq Q_i + q_j - M(1 - x_{ij})$ onde $M$ é uma constante suficientemente grande.

## 2.3 Heurísticas

*Heurísticas* são procedimentos que buscam por soluções de boa qualidade, dentro das limitações dos recursos existentes para sua obtenção. No geral, as limitações se devem a restrições da capacidade computacional, de processamento e memória, e do tempo disponível para sua execução. Apesar de não necessariamente terem garantias de se encontrar soluções ótimas ou próximas de soluções ótimas, para muitos problemas de natureza prática as heurísticas obtém bons resultados com a vantagem de computar uma solução rapidamente.

Já as *metaheurísticas* são métodos de alto nível, não necessariamente definidas para um problema específico ou com passos bem definidos, mas com métodos que permitem aplicá-los a uma vasta gama de problemas, avançando a busca por novas soluções, seja fazendo modificações nas soluções existentes ou combinando-as na tentativa de se construir soluções que herdem as melhores características das soluções existentes. Algumas das principais metaheurísticas são as de busca tabu, GRASP, *simulated annealing*, algoritmos genéticos, algoritmos meméticos, BRKGA's, colônia de formigas, entre outros.

É necessário cuidado ao aplicar abordagens heurísticas no projeto de leilões pois um leilão pode perder suas garantias teóricas caso seja implementado com uma heurística ao invés de uma solução exata. Um exemplo bem conhecido é o leilão VCG, que requer soluções exatas para manter a propriedade de ser à prova de estratégia [18]. Mais precisamente, esta propriedade é perdida caso os valores das alternativas do leilão não sejam calculados de maneira exata ou caso uma alternativa que não é ótima seja escolhida, porém podemos aplicar heurísticas que limitem as alternativas possíveis para obter mecanismos que sejam à prova de estratégia e possam ser resolvidos em tempo aceitável. Para resolver problemas de compartilhamento de viagens de maneira computacionalmente eficiente são necessárias heurísticas para resolver os problemas de roteamento envolvidos, sendo possível adaptar das muitas heurísticas e meta-heurísticas disponíveis na literatura para problemas de roteamento [20].

# 3 Objetivos e Resultados Preliminares

O objetivo deste mestrado é o projeto de novos leilões para o compartilhamento dinâmico de viagens e a implementação de algoritmos exatos e heurísticas para resolver estes leilões que melhorem o estado-da-arte. O candidato tem estudado leilões para o compartilhamento de viagens nos últimos dois anos, com a supervisão de seus orientadores, no Programa Integrado de Formação (PIF) que permitiu iniciar durante a graduação a pesquisa para o mestrado. Através do PIF o candidato já cursou todas disciplinas que serão contabilizadas para os créditos obrigatórios no Mestrado. Os resultados preliminares obtidos durante a graduação do candidato foram publicados em um resumo estendido [14]. Foi proposto um leilão à prova de estratégia para o caso de um único motorista que pode servir múltiplos passageiros. Estes resultados devem ser expandidos e detalhados para que possam ser publicados de maneira completa. É necessário expandir os resultados teóricos obtidos com novas variantes do leilão e detalhar as provas das propriedades do leilão, além de realizar mais experimentos para melhor analisar o desempenho do leilão proposto. Uma vez que estes resultados estejam sólidos pretendemos expandir o escopo da pesquisa. Algumas direções possíveis são o caso com múltiplos motoristas ou a aplicação dos resultados obtidos em problemas que não sejam de compartilhamento de viagens mas possuem estrutura similar.

Nos estudos que antecederam este mestrado foram obtidos resultados promissores, tanto teóricos como práticos. O resultado mais significativo foi a proposta de um novo leilão para o compartilhamento dinâmico de viagens chamado *leilão de segundo excedente mínimo*. Este leilão é projetado para situações de alta demanda onde há muitos passageiros aguardando uma viagem. Quando um novo motorista entra no sistema o leilão é utilizado para determinar quais passageiros este motorista irá servir. Este leilão é à prova de estratégia, tem orçamento balanceado e o motorista pode servir múltiplos passageiros. Não há na literatura outro leilão para este problema que possua as mesmas propriedades. Dos dois leilões mais semelhantes da literatura, um não permite múltiplos passageiros por viagem [12] e o outro não é orçamento balanceado por ser um mecanismo VCG [11] e sua implementação não é à prova de estratégia por ter sido implementado com heurísticas, sendo a implementação exata computacionalmente inviável.

# 4 Leilão de Segundo Excedente Mínimo

Ao final de um grande evento, como um festival de música, há um grande fluxo de pessoas saindo do local. Um sistema de compartilhamento de viagens poderia ajudar na locomoção destas pessoas, juntando motoristas dispostos a compartilhar sua viagem com passageiros que possuam trajetos semelhantes. Porém podemos esperar que entrem muito mais passageiros do que motoristas no sistema e rapidamente não haverão mais motoristas disponíveis. Para atrair a participação de motoristas o sistema deve subir os preços, porém não é claro qual seria o preço ideal e quais passageiros devem ser escolhidos para serem servidos. Um leilão pode solucionar este problema solicitando lances dos passageiros e então determinando o conjunto de passageiros a serem servidos e o preço a ser pago pela viagem.

Nesta seção propomos o *leilão de segundo excedente mínimo*, que considera a situação onde um motorista entra em um sistema onde há múltiplos passageiros aguardando uma viagem e não há nenhum outro motorista disponível. Demonstramos que este leilão tem um *orçamento balanceado*, ou seja, nunca resulta em prejuízo para o motorista, e é *à prova de estratégia* pois o passageiro maximiza sua utilidade ao revelar seu verdadeiro valor como lance fazendo $b_i = v_i$.

Uma viagem $P$ é definida por um rota que se inicia no ponto de partida do motorista, serve um conjunto de passageiros e é finalizada no destino do motorista, respeitando as restrições de roteamento do modelo DARP. Nos referimos ao conjunto de passageiros servidos pela mesma notação, por exemplo $i \in P$ se e somente se $i$ é servido pela viagem $P$. A viagem ganhadora $P^*$ terá a sua rota realizada pelo motorista e seus passageiros serão efetivamente servidos.

Para que o leilão seja orçamento balanceado é necessário garantir que o custo $c_m(P)$ da viagem $P$ para o motorista seja coberto. Para isto deduzimos do lance de cada passageiro $i$ um custo $c_i$ que é reservado para pagar o custo do motorista caso $i$ seja servido. Uma viagem é viável se o seu custo for coberto pelos custos dos passageiros, ou seja, $P$ é viável se e somente se $c_m(P) \leq \sum_{i \in P} c_i$. Apenas as viagens viáveis participam do leilão e a viagem ganhadora $P^*$ será escolhida dentre a família das viagens viáveis $\mathcal{A}$.

O *excedente* de $i$, denotado por $s_i$, é definido como $s_i = b_i - c_i$, representado o quanto o lance do passageiro excede o seu custo. Definimos o *excedente mínimo* de uma viagem $P$, denotado por $s_{\min}(P)$, como $s_{\min}(P) = \min\{s_i |\, i \in P\}$. Com isso, escolhemos a viagem ganhadora $P^*$ tal que $s_{\min}(P^*) = \max\{s_{\min}(P) | P \in \mathcal{A}\}$, ou seja, a viagem ganhadora é aquela com o maior excedente mínimo, sendo que se este valor for negativo, então não há viagem ganhadora.

Após escolher o conjunto servido $P^*$, determinamos $p_i$ para $i \in P^*$, sendo que $p_i = 0$ para $i \notin P^*$. Aqui nos inspiramos no leilão de segundo preço, e definimos o *segundo excedente mínimo* de $i$ como

$$ss_i = \max\{\max\{s_{min}(P) \mid P \in \mathcal{A}, i \notin P\}, 0\}.$$

Ou seja, $ss_i$ é o maior excedente mínimo de uma viagem que não contenha $i$ ou 0 caso este valor seja negativo. Por fim, definimos $p_i = c_i + ss_i$ para todo $i \in P^*$, de modo que $p_i$ não depende de $b_i$. A parcela $c_i$ é suficiente para pagar o custo do motorista enquanto parcela $ss_i$ pode representar o lucro da empresa que administra o sistema.

Tendo definido o leilão de segundo excedente mínimo podemos provar as suas propriedades de ter o orçamento balanceado e ser à prova de estratégia. Um leilão é orçamento balanceado se $\sum_{i \in P^*} p_i \geq c_m(P^*)$ e assim o preço total cobrado dos passageiros é suficiente para pagar o custo para servi-los. Um leilão é à prova de estratégia se escolher $b_i = v_i$ maximiza a utilidade $u_i$ do passageiro $i$.

**Teorema 4.1.** O leilão de segundo excedente mínimo tem o orçamento balanceado.

*Demonstração.* Da definição de $p_i$ temos $\sum_{i \in P^*} p_i = \sum_{i \in P^*}(c_i + ss_i)$. Como $ss_i \geq 0$ temos $\sum_{i \in P^*}(c_i + ss_i) \geq \sum_{i \in P^*} c_i$, sabemos que $P$ é uma viagem viável logo $\sum_{i \in P^*} c_i \geq c_m(P)$. Concluímos que $\sum_{i \in P^*} p_i \geq c_m(P^*)$ e portanto o total arrecadado é superior ou igual ao custo do motorista. □

**Teorema 4.2.** O leilão de segundo excedente mínimo é à prova de estratégia.

*Demonstração.* Se o passageiro $i$ dá o lance $b_i = x$, então seja $u_x$ a sua utilidade, $ss_i^x$ o segundo excedente mínimo, $p_x = c_i + ss_i^x$ o seu preço caso seja servido e $P_x^*$ o conjunto servido. Iremos comparar a utilidade $u_x$ quando $i$ tenta manipular seu lance fazendo $b_i \neq v_i$ com a utilidade $u_{v_i}$ quando $i$ revela seu valor fazendo $b_i = v_i$. Consideramos que todos os outros lances não se alteram. Note que $u_{v_i} \geq 0$, já que um passageiro nunca paga mais do que o seu lance no leilão de segundo excedente mínimo.

Se $i \notin P_x^*$ então $u_x = 0$ e $u_{v_i} \geq u_x$. Se $i \in P_x^*$ e $i \in P_{v_i}^*$ então $u_x = u_{v_i}$ pois $p_i$ não depende do lance de $i$. Se $i \in P_x^*$ e $i \notin P_{v_i}^*$ isto significa que $i$ aumentou seu lance de modo a tornar seu conjunto o ganhador. Isto só é possível caso o excedente de $i$ seja o mínimo do seu conjunto quando $b_i = v_i$ logo $v_i - c_i \leq s_{min}(P_{v_i}^*)$. Quando $b_i = x$ o excedente de $i$ supera $s_{min}(P_{v_i}^*)$ fazendo $s_{min}(P_{v_i}^*) = ss_i^x$. Substituindo obtemos $v_i - c_i \leq ss_i^x$, que implica $v_i \leq ss_i^x + c_i = p_i^x$ e $v_i - p_i^x \leq 0$ portanto $u_x \leq 0 \leq u_{v_i}$. Concluímos que não é possível um passageiro manipular individualmente o leilão pois fazer $b_i = v_i$ é a estratégia dominante pois maximiza $u_i$. □

## 4.1 O custo no leilão de segundo excedente mínimo

O leilão de segundo excedente mínimo é flexível na escolha do custo do passageiro $c_i$, sendo o único requisito que ele não dependa do lance do passageiro. É importante notar que $c_i$ é o mesmo para todas as viagens às quais $i$ pertence, portanto temos o *custo fixo* por passageiro. Isto resulta em duas grandes desvantagens: A primeira é a necessidade de restringir as alternativas do leilão à família de viagens viáveis $\mathcal{A}$ de modo uma viagem $P$ é viável se e somente se $c_m(P) \leq \sum_{i \in P} c_i$. A segunda é que com o custo fixo por passageiro o excedente também será fixo, isto favorece viagens com poucos passageiros pois se para duas viagens viáveis $P_1$ e $P_2$ temos $P_1 \subset P_2$ então $s_{min}(P_1) \geq s_{min}(P_2)$, a consequência prática disto é que a viagem ganhadora tende a servir apenas um passageiro, o que prejudica os objetivos de compartilhar custos e de servir múltiplos passageiros.

Estes problemas do custo fixo por passageiro poderiam ser resolvidos variando o custo de acordo com a viagem, por exemplo definindo $c_i(P) = \frac{c_m(P)}{|P|}$, dividindo o custo uniformemente entre os passageiros. Assim todas as viagens seriam viáveis pois teríamos $\sum_{i \in P} c_i = c_m(P)$ para toda $P$ e as viagens com custo menor poderiam ter excedentes mínimos maiores. Porém isto não seria à prova de estratégia, como mostra o contraexemplo a seguir. Ainda que não seja a prova de estratégia, a variante de *custo variável* é interessante como parâmetro de comparação.

Considere uma instância com dois passageiros 1 e 2 com valores e lances $v_1 = b_1 = 10$ e $v_2 = b_2 = 6$. Seja $P_1$ a viagem que serve apenas 1, $P_2$ a que serve apenas 2 e $P_{1,2}$ a viagem que serve 1 e 2. Os custos para o motorista são $c_m(P_1) = 7$, $c_m(P_2) = 7$ e $c_m(P_{1,2}) = 8$. Portanto a viagem $P_2$ não será viável pois $b_2 < c_2(P_2)$ e as viagens viáveis serão $\mathcal{A} = \{P_1, P_{1,2}\}$. Os custos em $P_{1,2}$ serão $c_1(P_{1,2}) = c_2(P_{1,2}) = \frac{c_m(P_{1,2})}{|P_{1,2}|} = 4$. Os excessos mínimos são $s_{min}(P_1) = b_1 - c_1(P_1) = 3$ e $s_{min}(P_{1,2}) = b_2 - c_2(P_{1,2}) = 2$ portanto $P_1$ será a viagem ganhadora. O preço para 1 será $p_1 = c_1(P_1) + ss_1$, note que $ss_1 = 0$ pois 1 está em todas a viagens viáveis e teremos $p_1 = c_1(P_1) = 7$. Porém 1 poderia obter um preço menor dando um lance menor que o seu valor, por exemplo $b'_1 = 8$, baixando $s'_{min}(P_1)$ de modo que $P_{1,2}$ se torne a ganhadora e o novo preço seja $p'_1 = c_1(P_{1,2}) = 4$. Este exemplo demonstra que fazer o custo depender da viagem não seria à prova de estratégia pois o passageiro 1 foi capaz de manipular o leilão de modo a diminuir o seu preço e continuar sendo servido, portanto obteve uma utilidade maior ao fazer $b_1 \neq v_1$.

Podemos escolher um critério de custo fixo de modo a manter uma divisão uniforme dos custos, definindo $\mathcal{A}$ de modo que $P \in \mathcal{A}$ se e somente se não existe $P'$ tal que $P \cap P' \neq \emptyset$ e $c_m(P')/|P'| < c_m(P)/|P|$. Então definimos o custo $c_i = \frac{c_m(P)}{|P|}$ para todo $P \in \mathcal{A}$ tal que $i \in P$. Portanto como o valor de $\frac{c_m(P)}{|P|}$ é o mesmo para toda viagem $P$ viável $c_i$ será o mesmo para todas as viagens viáveis e o leilão se mantém a prova de estratégia. Outra consequência direta é que $c_m(P) = \sum_{i \in P} c_i$ para todas as viagens viáveis e portanto o orçamento balanceado também é mantido. Porém esta definição restringe muito as caronas viáveis e na prática podemos esperar que cada passageiro apareça em apenas uma viagem de $\mathcal{A}$. Esta variante é chamada de *custo fixo uniforme*.

## 4.2 Leilão de segundo excedente mínimo ponderado

Escolher a viagem com o maior excedente mínimo como ganhadora pode não resultar no melhor lucro, pois este critério não reflete o fato que uma viagem com mais passageiros tem maior potencial de lucro. Uma variação interessante da regra de precificação apresentada é fazer com que o conjunto servido $P^*$ seja tal que $|P^*| s_{\min}(P^*) = \max\{|P| s_{\min}(P) \ t.q. \ P \in \mathcal{A}\}$ assim o número de passageiros age como um peso para o excedente mínimo. Analogamente definimos o segundo excedente mínimo ponderado para $i$ como

$$wss_i = \max\{\max\{|P| s_{min}(P) \mid P \in \mathcal{A}, i \notin P\}, 0\}.$$

A precificação então será $p_i = c_i + \frac{wss_i}{|P^*|}$ de modo a manter o leilão à prova de estratégia. Nos referimos a esta variante como o *excedente mínimo ponderado* enquanto a regra original é o *excedente mínimo não ponderado*. Iremos provar que o excedente mínimo ponderado obtém um lucro maior ou igual ao lucro obtido pelo excedente mínimo não ponderado sempre que as viagens ganhadoras em cada variação não tiverem interseção. Quando há interseção nenhuma das regras sempre obtém um lucro melhor que a outra. É considerado lucro o preço cobrado além do custo de cada passageiro.

**Teorema 4.3.** O excedente mínimo ponderado obtém um lucro maior ou igual ao lucro obtido pelo excedente mínimo não ponderado sempre que as viagens ganhadoras em cada variação não tiverem interseção.

*Demonstração.* Seja $P^*_{nw}$ a viagem com o maior excedente mínimo e $P^*_w$ a viagem com o maior excedente mínimo ponderado. Por a hipótese $P^*_{nw} \cap P^*_w = \emptyset$ assim para $i \in P^*_w$ temos $wss_i \geq |P^*_{nw}|s_{min}(P^*_{nw})$, como o lucro para cada passageiro no leilão ponderado será $\frac{wss_i}{|P^*_w|}$ o lucro total será maior ou igual a $|P^*_{nw}|s_{min}(P^*_{nw})$. O lucro obtido no leilão não ponderado para cada passageiro é menor ou igual a $s_{min}(P^*_{nw})$, logo o lucro total é menor ou igual a $|P^*_{nw}|s_{min}(P^*_{nw})$. Concluímos que o excedente mínimo ponderado obtém um lucro maior que o não ponderado quando as viagens ganhadoras não tem interseção. □

## 4.3 Resultados Experimentais

Geramos entradas em um mapa real de aproximadamente 100 quilômetros quadrados do centro da cidade de São Paulo, distribuindo os vértices de maneira uniformemente aleatória. Os lances são proporcionais a distância direta de acordo com uma distribuição meio-normal com desvio padrão $\sigma = 5$ conforme descrito em [12].

A tabela abaixo contém a média e desvio padrão de algumas métricas para 10 instâncias de 20 passageiros cada, solucionadas de maneira exata com PLI utilizando o resolvedor Gurobi. Em tal tabela, SEM é o leilão de segundo excedente mínimo, SEMP é o segundo excedente mínimo ponderado, a variação onde o número de passageiros atua como peso do excedente. A coluna "Custo" indica a definição de custo utilizada conforme descrito na Seção 4.1. É importante notar que quando o custo é variável o leilão não é à prova de estratégia, ainda assim supomos $b_i = v_i$ para comparar com o custo fixo. As colunas "Lucro" e "Bem-estar social" são normalizadas pelos valores obtidos no leilão VCG. "Passageiros" é o número de passageiros servidos e "Tempo" é o tempo em segundos levado para resolver a instância. Todos os valores estão na forma média ± desvio padrão.

| Leilão | Custo | Lucro | Bem-estar social | Passageiros | Tempo |
|---|---|---|---|---|---|
| VCG | - | 1.0 ± 0.0 | 1.0 ± 0.0 | 3.2 ± 0.63 | 193.9 ± 384.03 |
| SEM | Variável | 0.79 ± 0.35 | 0.52 ± 0.14 | 1.2 ± 0.42 | 35.1 ± 54.79 |
| SEM | Fixo Uniforme | 0.14 ± 0.15 | 0.22 ± 0.25 | 1.2 ± 1.03 | 43.9 ± 48.82 |
| SEMP | Variável | 1.29 ± 0.52 | 0.95 ± 0.07 | 3.0 ± 0.67 | 43.9 ± 67.0 |
| SEMP | Fixo Uniforme | 0.18 ± 0.2 | 0.33 ± 0.31 | 1.4 ± 1.17 | 41.8 ± 46.29 |

Conforme a teoria garante, o VCG obtém o bem-estar social máximo. O nosso resultado teórico de que em muitos casos o leilão ponderado obtém um resultado melhor que o não ponderado foi confirmado pelos experimentos. Também era esperado que as variantes com custo variável obtivessem um lucro e bem-estar social melhores que as de custo fixo. Um resultado encorajador foi que o leilão de segundo excedente mínimo ponderado obteve um lucro em média melhor que o VCG no caso de custo variável, em que abrimos mão da propriedade de ser à prova de estratégia. Pretendemos investigar critérios de custo que sejam à prova de estratégia e obtenham lucro e bem-estar social próximos ao do custo variável. Os leilões de segundo excedente mínimo obtiverem desempenho computacional consistentemente melhor que o VCG.

# 5 Cronograma

Visto que o candidato já cursou todos os créditos necessários através do PIF, o cronograma é planejado para conclusão em três semestres, podendo ser alongado ou encurtado em um semestre a depender do andamento da pesquisa. A bibliografia será revisada continuamente em busca de novas referências e com atenção a publicações que ocorram durante a pesquisa. A qualificação está sendo feita já no início visto que os créditos obrigatórios já foram cumpridos. Os primeiros semestres serão dedicados a realização de experimentos e expansão dos resultados, que pretendemos publicar em um artigo a ser submetido para uma boa conferência ou periódico internacional da área. O último semestre será dedicado à escrita e defesa da dissertação de mestrado.

Tabela 1: Cronograma

| | Semestre 1 | Semestre 2 | Semestre 3 |
|---|---|---|---|
| **Atividades** | | | |
| Revisão bibliográfica | • | • | • |
| Qualificação | • | | |
| Realização de experimentos | • | • | |
| Publicação de artigo | | • | |
| Escrita da Dissertação | | • | • |
| Defesa | | | • |

# Referências


[1] Agatz, N., Erera, A., Savelsbergh, M., and Wang, X. Optimization for dynamic ride-sharing: A review. *European Journal of Operational Research 223*, 2 (Dec. 2012), 295–303.

[2] Ausubel, L. M., Milgrom, P., et al. The lovely but lonely vickrey auction. *Combinatorial auctions 17* (2006), 22–26.

[3] Brownstone, D., and Golob, T. F. The effectiveness of ridesharing incentives: discrete-choice models of commuting in southern california. *Regional Science and Urban Economics 22*, 1 (1992), 5–24.

[4] Cintra, M. Os custos dos congestionamentos na cidade de são paulo. *EESP - Working Paper Series; TD 356* (2014).

[5] Clarke, E. H. Multipart pricing of public goods. *Public choice 11*, 1 (1971), 17–33.

[6] Cordeau, J.-f. A Branch-and-Cut Algorithm for the Dial-a-Ride Problem. *Operations Research 54* (2003), 573–586.

[7] Cordeau, J.-F., and Laporte, G. The dial-a-ride problem: models and algorithms. *Annals of Operations Research 153*, 1 (June 2007), 29–46.

[8] Furuhata, M., Dessouky, M., Ordóñez, F., Brunet, M.-E., Wang, X., and Koenig, S. Ridesharing: The state-of-the-art and future directions. *Transportation Research Part B: Methodological 57* (Nov. 2013), 28–46.

[9] Groves, T. Incentives in Teams. *Econometrica 41*, 4 (July 1973), 617.

[10] Hamari, J., Sjöklint, M., and Ukkonen, A. The sharing economy: Why people participate in collaborative consumption. *Journal of the Association for Information Science and Technology 67*, 9 (2016), 2047–2059.

[11] Kamar, E., and Horvitz, E. Collaboration and Shared Plans in the Open World: Studies of Ridesharing. In *IJCAI* (2009), vol. 9, p. 187.

[12] Kleiner, A., Nebel, B., and Ziparo, V. A. A mechanism for dynamic ride sharing based on parallel auctions. In *IJCAI* (2011), vol. 11, pp. 266–272.

[13] Lahaie, S., Pennock, D. M., Saberi, A., and Vohra, R. V. Sponsored search auctions. *Algorithmic game theory* (2007), 699–716.

[14] Leonardo Y Schwarzstein, Flávio K Miyazawa, R. C. S. Um leilão à prova de estratégia para o compartilhamento de viagens dinâmico com múltiplos passageiros. *ETC - Encontro de Teoria da Computacao 1* (2016).

[15] McAfee, R. P. A dominant strategy double auction. *Journal of economic Theory 56*, 2 (1992), 434–450.

[16] Morency, C. The ambivalence of ridesharing. *Transportation 34*, 2 (2007), 239–253.

[17] Myerson, R. B., and Satterthwaite, M. A. Efficient mechanisms for bilateral trading. *Journal of economic theory 29*, 2 (1983), 265–281.

[18] Nisan, N., and Ronen, A. Computationally feasible vcg mechanisms. *Journal of Artificial Intelligence Research 29* (2007), 19–47.

[19] Nordlund, A. M., and Garvill, J. Effects of values, problem awareness, and personal norm on willingness to reduce personal car use. *Journal of environmental psychology 23*, 4 (2003), 339–347.

[20] Parragh, S. N., Doerner, K. F., and Hartl, R. F. A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft 58*, 1 (2008), 21–51.

[21] Psaraftis, H. N. A Dynamic Programming Solution to the Single Vehicle Many-to-Many Immediate Request Dial-a-Ride Problem. *Transportation Science 14*, 2 (May 1980), 130–154.

[22] Rayle, L., Shaheen, S., Chan, N., Dai, D., and Cervero, R. App-based, on-demand ride services: Comparing taxi and ridesourcing trips and user characteristics in san francisco university of california transportation center (uctc). Tech. rep., 2014.

[23] Roughgarden, T. An algorithmic game theory primer. In *Proceedings of the 5th IFIP International Conference on Theoretical Computer Science (TCS). An invited survey* (2008), Citeseer.

[24] Shen, W., Lopes, C. V., and Crandall, J. W. An online mechanism for ridesharing in autonomous mobility-on-demand systems. In *Proceedings of the Twenty-Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence* (2016), IJCAI'16, AAAI Press, pp. 475–481.

[25] Vickrey, W. Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders. *The Journal of Finance 16*, 1 (Mar. 1961), 8–37.

[26] Zhang, J., Wen, D., and Zeng, S. A discounted trade reduction mechanism for dynamic ridesharing pricing. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems 17*, 6 (2016), 1586–1595.

[27] Zhao, D., Zhang, D., Gerding, E. H., Sakurai, Y., and Yokoo, M. Incentives in ridesharing with deficit control. In *Proceedings of the 2014 International Conference on Autonomous Agents and Multi-agent Systems* (Richland, SC, 2014), AAMAS '14, International Foundation for Autonomous Agents and Multiagent Systems, pp. 1021–1028.