

MO640 - Resolução do Exercício da aula de
2008-09-16

1. Seja M a matriz abaixo. Construa a maior matrix ultramétrica U tal que $U \leq M$.

	a	b	c	d	e
a	0	3	7	1	3
b	5	0	6	5	5
c	3	4	0	2	1
d	2	4	3	0	1
e	4	2	3	3	0

Solução:

Inicialmente transformaremos a matriz dada em uma matriz simétrica pegando o $\text{MIN}(M_{i,j}, M_{j,i})$. Resultando na seguinte matriz:

	a	b	c	d	e
a	0	3	3	1	3
b	3	0	4	4	2
c	3	4	0	2	1
d	1	4	2	0	1
e	3	2	1	1	0

A partir desta matriz podemos encontrar a maior ultramétrica U tal que $U \leq M$ fazendo o algoritmo descrito abaixo. Ao final do algoritmo teremos a matriz ultramétrica U .

1. Enquanto houver três folhas i, j, k tais que $M_{i,j} > \text{MAX}(M_{i,k}, M_{j,k})$ faça
2. $M_{i,j} \leftarrow \text{MAX}(M_{i,k}, M_{j,k})$

Os conjuntos selecionados para gerar a matriz U estão descritos a seguir, juntamente com a matriz resultante do passo 2:

- conjunto de folhas c, d, e.

	a	b	c	d	e
a	0	3	3	1	3
b	3	0	4	4	2
c	3	4	0	1	1
d	1	4	1	0	1
e	3	2	1	1	0

- conjunto de folhas b, d, e.

	a	b	c	d	e
a	0	3	3	1	3
b	3	0	4	2	2
c	3	4	0	1	1
d	1	2	1	0	1
e	3	2	1	1	0

- conjunto de folhas b, c, d

	a	b	c	d	e
a	0	3	3	1	3
b	3	0	2	2	2
c	3	2	0	1	1
d	1	2	1	0	1
e	3	2	1	1	0

- conjunto de folhas a, e, d

	a	b	c	d	e
a	0	3	3	1	1
b	3	0	2	2	2
c	3	2	0	1	1
d	1	2	1	0	1
e	1	2	1	1	0

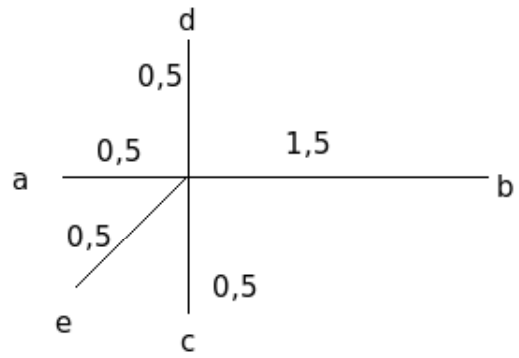
- conjunto de folhas a, c, d

	a	b	c	d	e
a	0	3	1	1	1
b	3	0	2	2	2
c	1	2	0	1	1
d	1	2	1	0	1
e	1	2	1	1	0

- conjunto de folhas a, b, c. Matriz U

	a	b	c	d	e
a	0	2	1	1	1
b	2	0	2	2	2
c	1	2	0	1	1
d	1	2	1	0	1
e	1	2	1	1	0

Para verificarmos se ela é realmente ultramétrica faremos o seu grafo para verificar se é possível encontrar um ponto r tal que a distância do ponto r para qualquer a folha (a, b, c, d ou e) seja a mesma.



O ponto r ficará a 1,0 de distância da folha b , desta forma a distância de r para qualquer folha é a mesma. Portanto a matriz achada é ultramétrica.

