

MC448 – Complexidade de Algoritmos Lista de Exercícios 8

Orlando Lee

A numeração abaixo nos exercícios refere-se à **segunda edição** (CLRS).

Recomendo a leitura da Seção 16.2 do CLRS (segunda edição) “Elements of greedy strategy”.

- (CLRS 16.1-1) Descreva um algoritmo de programação dinâmica para o problema de seleção de atividades, baseado na recorrência de $c[i, j]$ vista em aula. Suponha que na entrada as atividades estão ordenadas por tempo de término como em aula. Compare o tempo de execução do seu algoritmo com o algoritmo guloso.
- (CLRS 16.1-2) O algoritmo guloso visto em aula, para o problema de seleção de atividades, escolhe a atividade com menor tempo de término. Considere o seguinte algoritmo guloso que escolhe a atividade com maior tempo de início que seja compatível com as atividades previamente escolhidas. Mostre que este algoritmo guloso está correto, ou seja, devolve uma solução ótima.
- (CLRS 16.1-3) Novamente suponha que temos um conjunto de n atividades (digamos, palestras) com intervalos de tempo $[s_i, t_i]$ para $i = 1, 2, \dots, n$. As atividades serão realizadas em auditórios numerados $1, 2, \dots, m$. Assim, atividades incompatíveis necessariamente devem ser alocadas a auditórios diferentes. Suponha que temos à disposição um número bem grande de auditórios (ou seja, nunca faltam auditórios). Queremos escalonar todas as atividades usando o menor número possível de auditórios. Por exemplo, considere a entrada

i	1	2	3	4	5
s_i	0	1	3	2	4
f_i	2	4	5	6	7

Uma solução ótima consiste em alocar as atividades 1, 4 para o auditório 1, as atividades 2, 5 para o auditório 2 e a atividade 3 para o auditório 3. Note que o número do auditório não é relevante, o que importa é que são necessários 3 auditórios para alocar todas as atividades. Descreva um algoritmo guloso que resolve o problema. Mostre a corretude e complexidade do algoritmo.

- (CLRS 16.2-4) Professor Midas pretende ir de carro de Newark até Reno usando a InterEstadual 80. O tanque de gasolina de carro do Prof. Midas, quando cheio, permite que o carro ande por n Km, e seu mapa fornece as distâncias entre postos de gasolina no seu trajeto. O professor gostaria de fazer o menor número possível de paradas ao longo da viagem. Descreva um método eficiente pelo qual o Prof. Midas pode determinar em quais postos de gasolina ele deve parar e prove que sua estratégia obtém uma solução ótima. **Observação:** antes de sair respondendo que nem louco, apresente uma formulação computacional do problema que não envolve postos de gasolina, argumente porque ele corresponde ao problema dado e só então apresente sua solução.
- (CLRS 16.2-5) Descreva um algoritmo eficiente que dado um conjunto $\{x_1, \dots, x_n\}$ de pontos na reta real, determina a menor coleção de intervalos fechados unitários (tamanho 1) que contém todos os dados pontos (por menor quero dizer, menor número de intervalos). Prove que seu algoritmo está correto. Justifique a complexidade do seu algoritmo.