

MC448 – Análise de Algoritmos
Lista de Exercícios 2

Orlando Lee

1. Sejam $f(n)$ e $g(n)$ funções assintoticamente não-negativas. Usando a definição básica da notação Θ , mostre que a função $h(n) = \max\{f(n), g(n)\}$ pertence a $\Theta(f(n) + g(n))$.
2. É verdade que $2^{n+1} \in O(2^n)$? E $2^{2n} \in O(2^n)$?
3. Mostre que $n! \in o(n^n)$, $n! \in \omega(2^n)$ e $\log n! \in \Theta(n \log n)$.
4. Prove ou apresente um contra-exemplo para cada uma das afirmações abaixo.
 - (a) se $f(n) \in O(g(n))$ então $g(n) \in O(f(n))$
 - (b) $f(n) + g(n) \in \Theta(\min(f(n), g(n)))$
 - (c) se $f(n) \in O(g(n))$ então $2^{f(n)} \in O(2^{g(n)})$
 - (d) se $f(n) \in O(g(n))$ então $g(n) \in \Omega(f(n))$
 - (e) se $h(n) \in o(f(n))$ então $f(n) + h(n) \in \Theta(f(n))$
5. João era um aluno de MC448 que gostava de implementar e testar os algoritmos vistos em aula. Ele percebeu que o algoritmo InsertionSort (Ordena-Par-Inserção) era bem eficiente para vetores com poucos elementos. Ele implementou então o seguinte algoritmo:

ALGORITMO-DO-JOAO(A, n)

```
1  se  $n \leq 100$ 
2      então INSERTIONSORT( $A, n$ )
2      senão MERGESORT( $A, n$ )
```

Pedro, um colega de João, sabia que o InsertionSort tinha complexidade de pior caso $\Theta(n^2)$ e concluiu que o algoritmo do João tinha complexidade $\Theta(n^2)$. João, por outro lado, afirmou que seu algoritmo tinha complexidade $\Theta(n \lg n)$. Quem está certo? Por quê?