

# MC202 - Estrutura de Dados

Alexandre Xavier Falcão

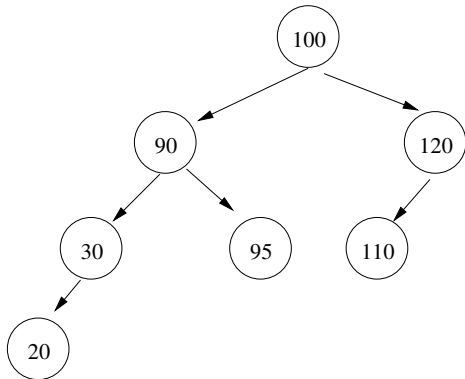
Instituto de Computação - UNICAMP

[afalcao@ic.unicamp.br](mailto:afalcao@ic.unicamp.br)

# Árvore Binária de Busca

Uma árvore binária é dita ser de busca se para qualquer nó  $x$  dela

- todos os nós da **subárvore esquerda** de  $x$  têm valores **menores** do que o valor de  $x$  e
- todos os nós da **subárvore direita** de  $x$  têm valores maiores do que o valor de  $x$ .



# Árvore Binária de Busca

- O objetivo desta árvore é realizar a busca binária (em  $O(\log_2^n)$ ) de um nó baseada em seu valor.

# Árvore Binária de Busca

- O objetivo desta árvore é realizar a busca binária (em  $O(\log_2^n)$ ) de um nó baseada em seu valor.
- Por exemplo, cada nó pode representar um registro de um arquivo em disco com informações sobre um dado indivíduo.

# Árvore Binária de Busca

- O objetivo desta árvore é realizar a busca binária (em  $O(\log_2^n)$ ) de um nó baseada em seu valor.
- Por exemplo, cada nó pode representar um registro de um arquivo em disco com informações sobre um dado indivíduo.
- Os valores do nós são denominados **chaves primárias**, porque identificam unicamente o registro correspondente, e a árvore binária é denominada **índice primário**.

# Árvore Binária de Busca

- O objetivo desta árvore é realizar a busca binária (em  $O(\log_2^n)$ ) de um nó baseada em seu valor.
- Por exemplo, cada nó pode representar um registro de um arquivo em disco com informações sobre um dado indivíduo.
- Os valores do nós são denominados **chaves primárias**, porque identificam unicamente o registro correspondente, e a árvore binária é denominada **índice primário**.
- Neste caso, o offset em bytes para alcançar o registro em disco é também armazenado no nó.

# Árvore Binária de Busca

- A busca também pode contemplar nós com valores repetidos, denominados **chaves secundárias**, sendo a árvore um **índice secundário**.

# Árvore Binária de Busca

- A busca também pode contemplar nós com valores repetidos, denominados **chaves secundárias**, sendo a árvore um **índice secundário**.
- Neste caso, os valores iguais ao valor da raiz podem ser armazenados na **subárvore direita**.



# Árvore Binária de Busca

- A busca também pode contemplar nós com valores repetidos, denominados **chaves secundárias**, sendo a árvore um **índice secundário**.
- Neste caso, os valores iguais ao valor da raiz podem ser armazenados na **subárvore direita**.
- Em vez do offset para o registro em disco, teríamos o valor da chave primária correspondente de cada nó, para continuar a busca no índice primário. O índice secundário seria chamado de **índice invertido**.

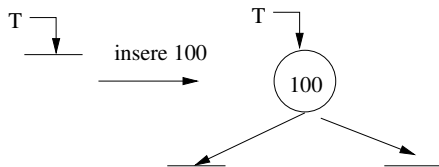
- Inserção em árvore binária de busca.
  
- Remoção em árvore binária de busca.

Podemos dividir a inserção de um valor em dois casos.

# Inserção em Árvore Binária de Busca

Podemos dividir a inserção de um valor em dois casos.

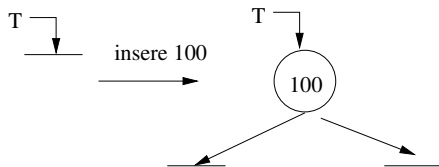
- **Árvore vazia:** Cria-se um nó com apontadores nulos para as subárvores esquerda e direita, e retorna-se seu apontador.



# Inserção em Árvore Binária de Busca

Podemos dividir a inserção de um valor em dois casos.

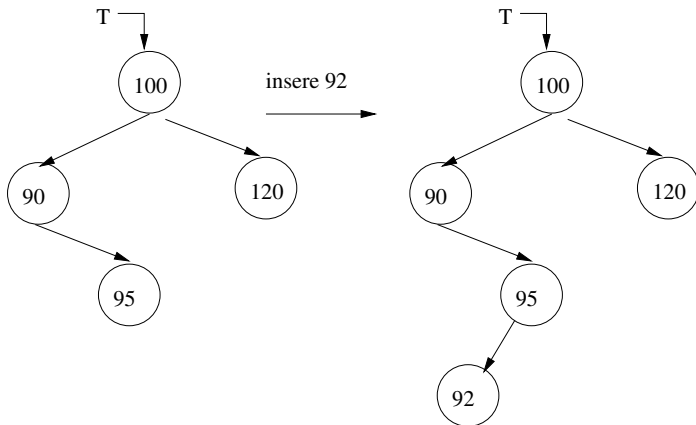
- **Árvore vazia:** Cria-se um nó com apontadores nulos para as subárvores esquerda e direita, e retorna-se seu apontador.



- **Árvore não-vazia:** Insere-se na subárvore esquerda, se o valor for menor que o da raiz, ou na direita no caso contrário.

# Inserção em Árvore Binária de Busca

- Árvore não-vazia: Inseire-se na subárvore esquerda, se o valor for menor que o da raiz, ou na direita no caso contrário.



# Remoção em Árvore Binária de Busca

A remoção requer inicialmente encontrar a primeira ocorrência do valor a ser removido. Seja  $p$  o apontador para o nó a ser removido, armazenado no seu pai. Podem ocorrer os seguintes casos.

A remoção requer inicialmente encontrar a primeira ocorrência do valor a ser removido. Seja  $p$  o apontador para o nó a ser removido, armazenado no seu pai. Podem ocorrer os seguintes casos.

- $p$  aponta para um nó, que pode ter um único filho à esquerda, ou um único filho à direita, ou ser uma folha:



A remoção requer inicialmente encontrar a primeira ocorrência do valor a ser removido. Seja  $p$  o apontador para o nó a ser removido, armazenado no seu pai. Podem ocorrer os seguintes casos.

- $p$  aponta para um nó, que pode ter um único filho à esquerda, ou um único filho à direita, ou ser uma folha:
  - Salve  $p$  em um apontador auxiliar,

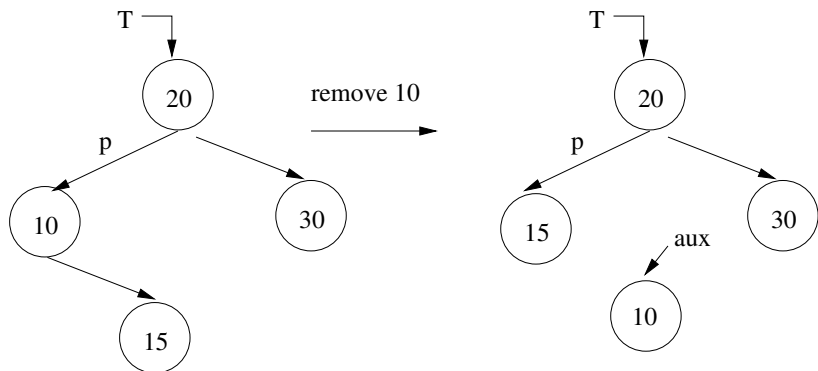
A remoção requer inicialmente encontrar a primeira ocorrência do valor a ser removido. Seja  $p$  o apontador para o nó a ser removido, armazenado no seu pai. Podem ocorrer os seguintes casos.

- $p$  aponta para um nó, que pode ter um único filho à esquerda, ou um único filho à direita, ou ser uma folha:
  - Salve  $p$  em um apontador auxiliar,
  - Mude seu conteúdo para apontar para o filho não-nulo (ou NULL no caso de folha), e

A remoção requer inicialmente encontrar a primeira ocorrência do valor a ser removido. Seja  $p$  o apontador para o nó a ser removido, armazenado no seu pai. Podem ocorrer os seguintes casos.

- $p$  aponta para um nó, que pode ter um único filho à esquerda, ou um único filho à direita, ou ser uma folha:
  - Salve  $p$  em um apontador auxiliar,
  - Mude seu conteúdo para apontar para o filho não-nulo (ou NULL no caso de folha), e
  - Libere a memória apontada pelo auxiliar.

# Remoção em Árvore Binária de Busca



- $p$  aponta para um nó com ambos filhos não-nulos:

- $p$  aponta para um nó com ambos filhos não-nulos:
  - Substitua o valor apontado por  $p$  pelo de seu sucessor imediato (o nó mais à esquerda da subárvore direita), e

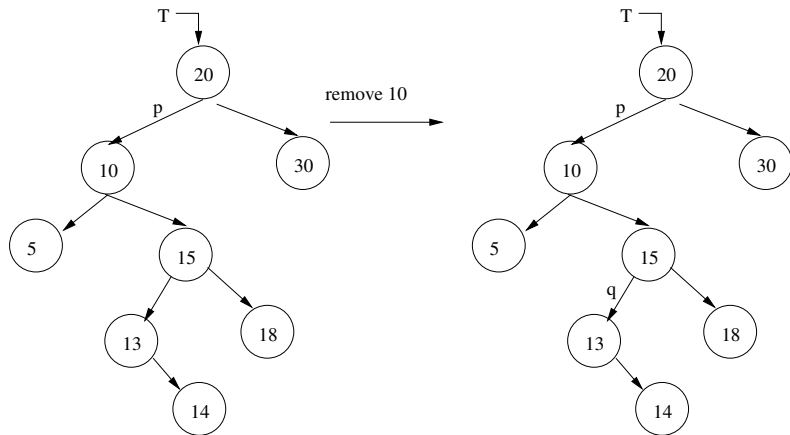
- $p$  aponta para um nó com ambos filhos não-nulos:
  - Substitua o valor apontado por  $p$  pelo de seu sucessor imediato (o nó mais à esquerda da subárvore direita), e
  - na busca pelo sucessor, remova o sucessor com a rotina do caso anterior, pois terá no máximo um filho à direita.

- $p$  aponta para um nó com ambos filhos não-nulos:
  - Substitua o valor apontado por  $p$  pelo de seu sucessor imediato (o nó mais à esquerda da subárvore direita), e
  - na busca pelo sucessor, remova o sucessor com a rotina do caso anterior, pois terá no máximo um filho à direita.

Note que o apontador da subárvore direita deve ser passado por referência devido a remoção dentro da função de busca pelo sucessor.



# Remoção em Árvore Binária de Busca



# Remoção em Árvore Binária de Busca

