INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-B Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 2 - Jorge Stolfi

Segunda Prova - 2022-11-07

**Nome legível**

**RA** **Assinatura**

| Item | | | | | | | | | | | | | TOT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nota | | | | | | | | | | | | | |

**A prova é individual e sem consulta.**
**Não são permitidos computadores ou calculadoras.**
**Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.**
**Não separe as folhas deste caderno de prova.**
**Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.**
**Escreva seu nome completo, e assine a tinta.**
**O resto da prova pode ser feito todo a lápis.**
**Valem apenas as respostas nos espaços indicados.**
**Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.**
**Após distribuída a prova:**

- **quem sair da sala não poderá retornar.**
- **depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

   - $H$ conjunto de de todos os humanos,
   - $M$ conjunto de de todos os músicos ($M \subseteq H$),
   - $A$ predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ "$x$ gosta de $y$".

   Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**:

   (a) Tem músico que gosta de algúem que é músico.

   *resposta*

   (b) Tem músico que só gosta de quem é músico.

   *resposta*

   (c) Tem músico que gosta de quem é músico.

   *resposta*

   (d) Tem músico que não gosta de quem não é músico.

   *resposta*

   (e) Quais da afirmações acima são logicamente equivalentes?

   *resposta*

2. Seja $X$ o cojunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Determine todas as partições de $X$ tais que a soma dos elementos em cada parte da partição é 5.
(Nota: "partição" não é "subconjunto"!)

*resposta*

3. Seja $F(m) = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + m(m+1)$.
Prove por indução que, para todo inteiro $m \geq 1$, $F(m) = m(m+1)(m+2)/3$.

*resposta*

4. Para esta questão, vamos definir uma *rede* como um conjunto de *hosts* (computadores) ligados por *links* (canais bidirecionais de transmissão de dados), sendo que cada link liga exatamente dois hosts distintos. Vamos dizer que uma rede é *conexa* se qualquer host pode mandar dados para qualquer outro host por uma sequência de um ou mais links. Vamos dizer que uma rede é *crítica* se ela é conexa mas deixa de ser conexa se qualquer um de seus links for removido. Suponha provado que isto quebra a rede em exatamente *duas* redes conexas. Prove por indução completa que, para todo inteiro $n \geq 1$, toda rede crítica com $n$ hosts tem exatamente $n - 1$ links.

*resposta*