

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP
Graduação
MC358-B Fundamentos Matemáticos da Computação
2022 - Semestre 2 - Jorge Stolfi
Primeira Prova - 2022-09-12

| |
|------|
| Nome |
|------|

| |
|----|
| RA |
|----|

| |
|------------|
| Assinatura |
|------------|

| Item | | | | | | | | | | | | | | TOT |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-----|
| Nota | | | | | | | | | | | | | | |

- A prova é individual e sem consulta.
- Não são permitidos computadores ou calculadoras.
- Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
- Não separe as folhas deste caderno de prova.
- Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
- Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
- Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
- Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
- Após distribuída a prova:
 - * quem sair da sala não poderá retornar.
 - * depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.

1. Suponha que A, B, C são três conjuntos. Escreva fórmulas usando os operadores $\cup, \cap,$ e \setminus para os seguintes conjuntos:

(a) os elementos que não estão em A mas estão em apenas um dos conjuntos B e C .

resposta

(b) os elementos que estão em exatamente **um** dos três conjuntos A, B, C .

resposta

(c) os elementos que estão em exatamente **dois** dos três conjuntos A, B, C .

resposta

2. Seja A o conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Determine todas as partições de A tais que

(a) todas as partes da partição tem exatamente 3 elementos.

resposta

(b) a soma dos elementos em cada parte da partição é 7.

resposta

3. Sejam \mathbb{N} o conjunto dos naturais, e Q o predicado tal que $Q(u, v) \leftrightarrow "u + 2 = v"$. Em cada um dos itens abaixo, a frase em português deveria ser uma tradução fiel da fórmula simbólica. Identifique os erros de lógica **e de português** na frase, e escreva uma versão correta da mesma. Feito isso, diga se a frase é verdadeira ou falsa (não precisa justificar).

(a) $(\exists u \in \mathbb{N})(\forall v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe pelo menos um natural u no qual $u + 2 = v$, para um natural v qualquer.

resposta

V ou **F**?

(b) $(\exists u \in \mathbb{N})(\exists v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existem naturais u e v que vale $u + 2 = v$.

resposta

V ou **F**?

(c) $(\forall u \in \mathbb{N})(\forall v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Para determinado natural u satisfaz $u + 2 = v$, para determinado natural v .

resposta

V ou **F**?

(d) $(\forall u \in \mathbb{N})(\exists v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe um v natural no qual $u + 2 = v$, para cada natural u .

resposta

V ou **F**?

(e) $(\forall v \in \mathbb{N})(\exists u \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe pelo menos um u natural tal que um dado v satisfaz $u + 2 = v$.

resposta

V ou **F**?

4. Suponha definidos

- H conjunto de todos os humanos,
- S conjunto de todos os estudantes ($S \subseteq H$),
- F conjunto de todos os jogadores de futebol ($F \subseteq H$),
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”,
- C predicado tal que $C(x, y) \leftrightarrow$ “ x é cunhado de y ”, e
- A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Tem estudante que não joga futebol.

resposta

(b) Cada jogador de futebol gosta de algum estudante.

resposta

(c) Tem jogador de futebol com um cunhado que [não gosta de nenhum estudante].

resposta

(d) Quem gosta de quem [só gosta de jogador de futebol] é jogador de futebol.

resposta

5. Considere a tabela-verdade abaixo de uma certa proposição composta F formada a partir de proposições elementares x , y e z :

| x | y | z | F |
|-----|-----|-----|-----|
| V | V | V | F |
| V | V | F | V |
| V | F | V | F |
| V | F | F | F |
| F | V | V | F |
| F | V | F | F |
| F | F | V | V |
| F | F | F | F |

Escreva uma fórmula equivalente a F , usando as variáveis x , y e z , e:

- (a) apenas os operadores \wedge , \vee e \neg

| |
|-----------------|
| <i>resposta</i> |
|-----------------|

- (b) apenas os operadores \neg e \rightarrow

| |
|-----------------|
| <i>resposta</i> |
|-----------------|