INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi

Exame Final - 2022-07-26

Nome

RA **Assinatura**

Item													TOT
Nota													

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
Após distribuída a prova:
*** quem sair da sala não poderá retornar.**
*** depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

   - H conjunto de de todos os humanos,
   - S conjunto de de todos os estudantes ($S \subseteq H$),
   - F conjunto de todos os jogadores de futebol ($F \subseteq H$),
   - P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ "x é perfeito",
   - C predicado tal que $C(x, y) \leftrightarrow$ "x é cunhado de y", e
   - A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ "x gosta de y".

   Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes '[...]', defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

   (a) Tem estudante que não joga futebol.

   resposta

   (b) Cada jogador de futebol gosta de algum estudante.

   resposta

   (c) Tem jogador de futebol com um cunhado que [não gosta de nenhum estudante].

   resposta

   (d) Quem gosta de quem [só gosta de jogador de futebol] é jogador de futebol.

   resposta

2. Seja $\mathbf{i}$ a unidade imaginária dos números complexos, tal que $\mathbf{i}^2 = -1$.

(a) Prove que todo número complexo $z = z_1 + z_2\mathbf{i}$ diferente de zero tem um *inverso* (*multiplicativo*), um número complexo w tal que $zw = 1$.

resposta

(b) Prove que esse inverso é único.

resposta

3. Um *número primo* é um inteiro n maior ou igual a 2 cujos únicos divisores positivos são 1 e n. Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 2 é um produto de números primos. Por exemplo, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

resposta

4. Seja A o conjunto dos inteiros de 1 a 16 inclusive. e seja $\mathcal{R}$ a relação sobre A tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se a é um multiple de b. Assim, por exemplo, $12\mathcal{R}6$, mas $12\not\mathcal{R}9$.

(a) Desenhe o diagrama de Hasse de $\mathcal{R}$.

resposta

(b) Quais são os elementos mínimos, maximos, minimais e maximais de A sob $\mathcal{R}$?

resposta

5. Seja $\mathbb{P}$ o conjunto $\mathbb{N} \setminus \{0\}$, os inteiros positivos. Seja $\mathcal{P}$ a relação sobre $\mathbb{P}$ tal que, para todo a e b em $\mathbb{P}$, $a\mathcal{P}b$ se e somente se a é divisível por 3 e $b = a/3$. Por exemplo $12\mathcal{P}4$ e $15\mathcal{P}5$, mas $12\not\mathcal{P}2$ e $16\not\mathcal{P}5$.

(a) Descreva o fecho transitivo e simétrico $\mathcal{Q}$ de $\mathcal{P}$, e mostre dois elementos x, y tais que $x < y$ e $x\mathcal{Q}y$, mas $\neg(x\mathcal{P}y)$ e $\neg(x\mathcal{P}^2y)$.

resposta

(b) A relação $\mathcal{Q}$ é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de $\mathcal{Q}$. Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta