INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi

Terceira Prova - 2022-07-12

Nome

RA **Assinatura**

Item													TOT
Nota													

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
Após distribuída a prova:
*** quem sair da sala não poderá retornar.**
*** depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de de todos os humanos,
- E conjunto de de todos os estudantes,
- J conjunto de todos os jogadores de futebol,
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ "x é perfeito",
- N predicado tal que $N(x, y) \leftrightarrow$ "x é cunhado de y", e
- A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ "x gosta de y".

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes '[...]', defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Nem todo jogador de futebol é estudante.

resposta

(b) Cada estudante tem um cunhado que é jogador futebol.

resposta

(c) Tem gente que não gosta de quem [só tem cunhados que são jogadores de futebol].

resposta

(d) Quem gosta de quem [gosta de todos seus cunhados] é perfeito.

resposta

2. Seja A o conjunto das sequências de 4 bits (algarismos 0 ou 1), exceto a sequência `0000`; e seja $\mathcal{R}$ a relação tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se cada bit de a é menor ou igual ao bit correspondente de b. Assim, por exemplo, `0100`$\mathcal{R}$`1100`, mas `1001`$\not\mathcal{R}$`0101`. Quais são os elementos mínimos, maximos, minimais e maximais de A sob $\mathcal{R}$?

resposta

3. Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 10 é a soma de números primos maiores ou iguais a 5. Por exemplo, $12 = 5 + 7$, $17 = 17$, e $21 = 5 + 5 + 11$.

resposta

4. Seja $\mathcal{P}$ a relação entre cadeias de letras ('`A`'–'`Z`') tal que, para quaisquer cadeias x e y, $x\mathcal{P}y$ se e somente se as cadeias diferem apenas pela troca de duas letras consecutivas. Por exemplo "`CASO`" $\mathcal{P}$ "`CAOS`", mas "`CASO`" $\not\mathcal{P}$ "", "`CASO`" $\not\mathcal{P}$ "`CASA`" e "`CASO`" $\not\mathcal{P}$ "`CASSO`".

(a) Descreva o fecho transitivo $\mathcal{Q}$ de $\mathcal{P}$, e mostre duas cadeias x, y tais que $x\mathcal{Q}y$, mas $\neg(x\mathcal{P}y)$ e $\neg(x\mathcal{P}^2y)$.

resposta

(b) A relação $\mathcal{Q}$ é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de $\mathcal{Q}$. Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta