

INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP
Graduação
MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação
2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi
Terceira Prova - 2022-07-12

Nome

RA	Assinatura
----	------------

Item														TOT
Nota														

- A prova é individual e sem consulta.**
- Não são permitidos computadores ou calculadoras.**
- Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.**
- Não separe as folhas deste caderno de prova.**
- Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.**
- Escreva seu nome completo, e assine a tinta.**
- Valem apenas as respostas nos espaços indicados.**
- Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.**
- Após distribuída a prova:**
 - * quem sair da sala não poderá retornar.**
 - * depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de todos os humanos,
- E conjunto de todos os estudantes,
- J conjunto de todos os jogadores de futebol,
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”,
- N predicado tal que $N(x, y) \leftrightarrow$ “ x é cunhado de y ”, e
- A predicado tal que $A(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes ‘[...]’, defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**.

(a) Nem todo jogador de futebol é estudante.

resposta

(b) Cada estudante tem um cunhado que é jogador de futebol.

resposta

(c) Tem gente que não gosta de quem [só tem cunhados que são jogadores de futebol].

resposta

(d) Quem gosta de quem [gosta de todos seus cunhados] é perfeito.

resposta

2. Seja A o conjunto das seqüências de 4 bits (algarismos 0 ou 1), exceto a seqüência 0000; e seja \mathcal{R} a relação tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se cada bit de a é menor ou igual ao bit correspondente de b . Assim, por exemplo, $0100\mathcal{R}1100$, mas $1001\not\mathcal{R}0101$. Quais são os elementos mínimos, maximos, minimais e maximais de A sob \mathcal{R} ?

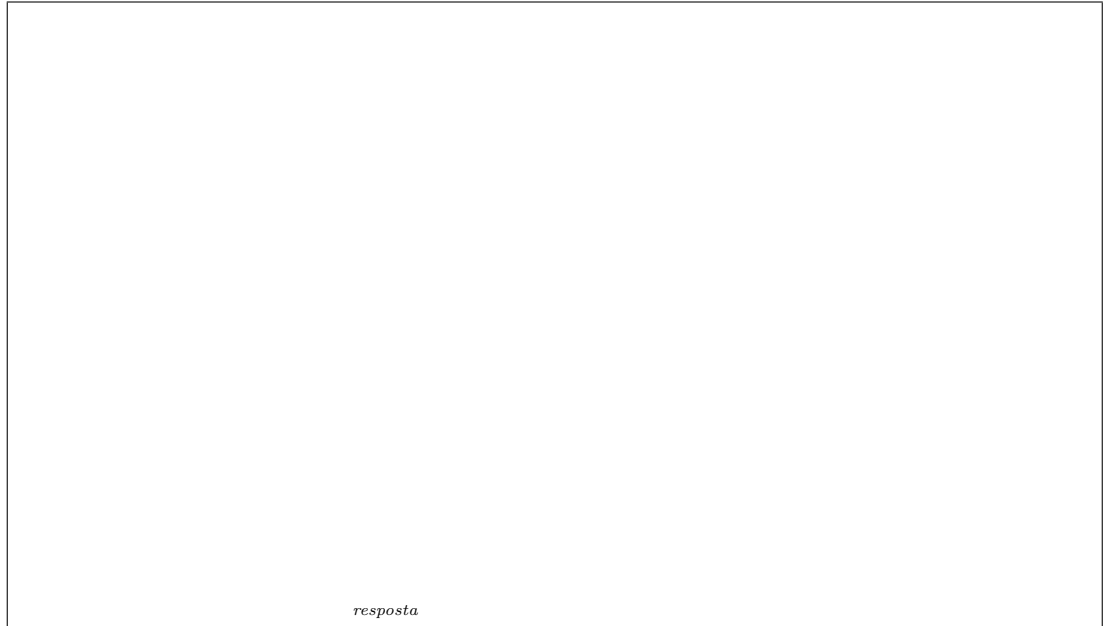
resposta

3. Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 10 é a soma de números primos maiores ou iguais a 5. Por exemplo, $12 = 5 + 7$, $17 = 17$, e $21 = 5 + 5 + 11$.

resposta

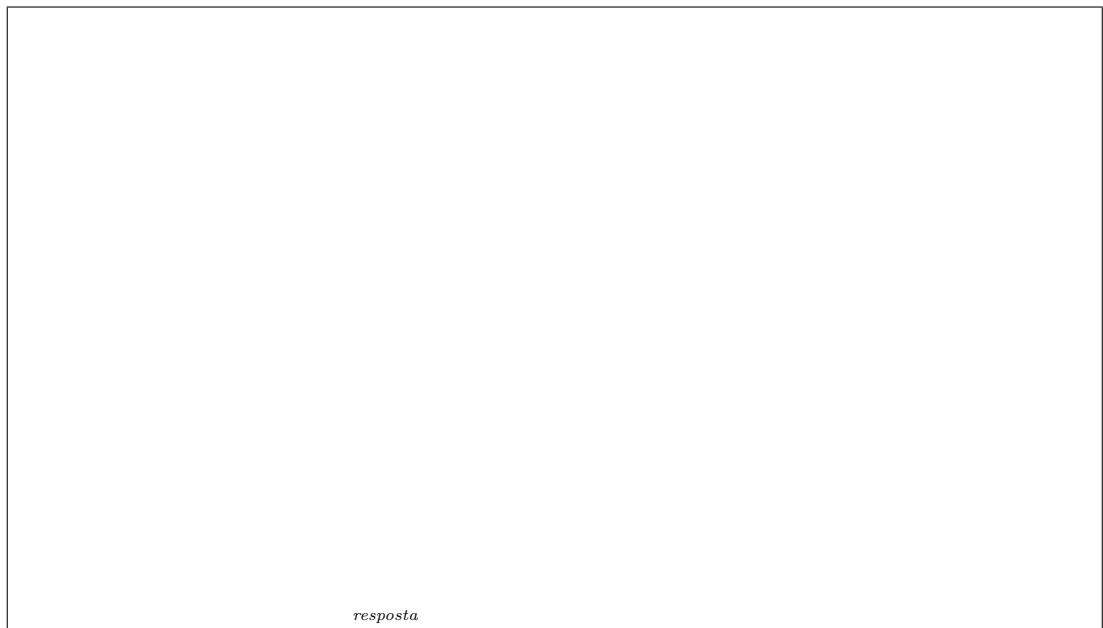
4. Seja \mathcal{P} a relação entre cadeias de letras ('A'–'Z') tal que, para quaisquer cadeias x e y , $x\mathcal{P}y$ se e somente se as cadeias diferem apenas pela troca de duas letras consecutivas. Por exemplo "CASO" \mathcal{P} "CAOS", mas "CASO" $\not\mathcal{P}$ "", "CASO" \mathcal{P} "CASA" e "CASO" \mathcal{P} "CASSO".

(a) Descreva o fecho transitivo \mathcal{Q} de \mathcal{P} , e mostre duas cadeias x, y tais que $x\mathcal{Q}y$, mas $\neg(x\mathcal{P}y)$ e $\neg(x\mathcal{P}^2y)$.



resposta

(b) A relação \mathcal{Q} é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de \mathcal{Q} . Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.



resposta