INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi

Terceira Prova - 2022-07-12

Nome

RA **Assinatura**

Item													TOT
Nota													

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
Após distribuída a prova:
*** quem sair da sala não poderá retornar.**
*** depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Suponha definidos

- H conjunto de de todos os humanos,
- S conjunto de de todos os estudantes ($S \subseteq H$),
- J conjunto de todos os jogadores de futebol ($J \subseteq H$),
- P predicado tal que $P(x) \leftrightarrow$ "x é perfeito",
- C predicado tal que $C(x, y) \leftrightarrow$ "x é cunhado de y", e
- G predicado tal que $G(x, y) \leftrightarrow$ "x gosta de y".

Escreva as afirmações abaixo **usando notação simbólica apenas**. Para cada frase entre colchetes '[...]', defina primeiro um predicado auxiliar cujo significado é essa frase, **usando notação simbólica apenas**. (a) Nem todo estudante joga futebol.

resposta

(b) Cada jogador de futebol tem um cunhado perfeito.

resposta

(c) Tem estudante que não gosta de quem [tem algum cunhado que é jogador de futebol].

resposta

(d) Quem é perfeito gosta de quem [gosta de todos seus cunhados].

resposta

2. Seja A o conjunto das sequências de 4 bits (algarismos 0 ou 1), exceto a sequência `0000`; e seja $\mathcal{R}$ a relação tal que $a\mathcal{R}b$ se e somente se cada bit de a é menor ou igual ao bit correspondente de b. Assim, por exemplo, `0100`$\mathcal{R}$`1100`, mas `1001`$\not\mathcal{R}$`0101`. Quais são os elementos mínimos, maximos, minimais e maximais de A sob $\mathcal{R}$?

resposta

3. Prove, por indução, que todo inteiro maior ou igual a 5 é a soma de números primos maiores ou iguais a 3. Por exemplo, $6 = 3 + 3$, $7 = 7$, e $10 = 3 + 7$.

resposta

4. Seja $\mathcal{R}$ a relação entre cadeias de letras ('A'–'Z') tal que, para quaisquer cadeias x e y, $x\mathcal{R}y$ se e somente se as cadeias diferem apenas pela troca de duas letras consecutivas. Por exemplo "CASO"$\mathcal{R}$"CAOS", mas "CASO"$\not\mathcal{R}$"SACO", "CASO"$\not\mathcal{R}$"CASA" e "CASO"$\not\mathcal{R}$"CASSO".

(a) Descreva o fecho transitivo $\mathcal{S}$ de $\mathcal{R}$, e mostre duas cadeias x, y tais que $x\mathcal{S}y$, mas $\neg(x\mathcal{R}y)$ e $\neg(x\mathcal{R}^2y)$.

resposta

(b) A relação $\mathcal{S}$ é de equivalência? Em caso afirmativo, descreva as classes de equivalência de $\mathcal{S}$. Em caso negativo, mostre qual propriedade é violada.

resposta