INSTITUTO DE COMPUTAÇÃO - UNICAMP

Graduação

MC358-A Fundamentos Matemáticos da Computação

2022 - Semestre 1 - Jorge Stolfi

Segunds Prova - 2022-05-31

Nome

RA	**Assinatura**

Item													TOT
Nota													

A prova é individual e sem consulta.
Não são permitidos computadores ou calculadoras.
Desligue e guarde celulares, toca-músicas e outros dispositivos.
Não separe as folhas deste caderno de prova.
Não é permitido o uso de outro rascunho além destas folhas.
Escreva seu nome completo, e assine a tinta.
Valem apenas as respostas nos espaços indicados.
Não é necessário efetuar cálculos puramente numéricos.
Após distribuída a prova:
*** quem sair da sala não poderá retornar.**
*** depois que alguém sair, ninguém mais poderá entrar.**

1. Sejam $\mathbb{N}$ o conjunto dos naturais, e R o predicado tal que $R(m,n) \leftrightarrow$ "$m+2 \neq n$". Em cada um dos itens abaixo, a frase em português deveria ser uma tradução fiel da fórmula simbólica. Identifique os erros de lógica **e de português** na frase, e escreva uma versão correta da mesma. Feito isso, diga se a frase é verdadeira ou falsa (não precisa justificar).

(a) $(\exists m \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N})\, R(m,n)$.
Existe pelo menos um natural m em que $m+2 \neq n$, para um natural n qualquer.

resposta

V ou **F**? [ ]

(b) $(\exists m \in \mathbb{N})(\exists n \in \mathbb{N})\, R(m,n)$.
Existem naturais m e n tal que $m+2 \neq n$.

resposta

V ou **F**? [ ]

(c) $(\forall m \in \mathbb{N})(\forall n \in \mathbb{N})\, R(m,n)$.
Para certo natural m seja $m+2 \neq n$, para certo natural n .

resposta

V ou **F**? [ ]

(d) $(\forall m \in \mathbb{N})(\exists n \in \mathbb{N})\, R(m,n)$.
Existe um n natural em que $m+2 \neq n$, para cada natural m.

resposta

V ou **F**? [ ]

(e) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists m \in \mathbb{N})\, R(m,n)$.
Existe pelo menos um m natural tal que um em todo n satisfaz $m+2 \neq n$.

resposta

V ou **F**? [ ]

2. Escreva as afirmações abaixo na forma simbólica. Suponha definidos os conjuntos G de todos os humanos, S de todos os estudantes, e F de todos os jogadores de futebol; e os predicados A, M e P tais que $A(x) \leftrightarrow$ "x é perfeito", $M(x, y) \leftrightarrow$ "x é mãe de y" e $P(x, y) \leftrightarrow$ "x gosta de y".

(a) Tem jogador de futebol que não é estudante.

resposta

(b) Cada estudante tem um amigo perfeito.

resposta

(c) Tem jogador de futebol que gosta de quem tem mãe estudante.

resposta

(d) Quem é estudante gosta de quem tem mãe que gosta de estudante.

resposta

3. Demonstre que se n é um número inteiro da forma $4k+3$, com k inteiro, não existem inteiros x e y tais que $x^2 + y^2 = n$.

resposta

4.

Prove que, para qualquer matriz A de 2×2 números reais cujo determinante $|A|$ não é zero, existe uma única matriz B de 2×2 números reais tal que AB e BA são a matriz identidade 2×2.

resposta

5. Um número natural é dito *composto* se ele é o produto de dois números naturais maiores que 1.

(a) Escreva, em notação simbólica, a definição de um predicado C que diz se um número inteiro é composto.

resposta

(b) Demonstre que todo número natural composto m tem um divisor maior ou igual a $\sqrt{m}$ e menor que m..

resposta