

1. Sejam \mathbb{N} o conjunto dos naturais, e Q o predicado tal que $Q(u, v) \leftrightarrow "u + 2 = v"$. Em cada um dos itens abaixo, a frase em português deveria ser uma tradução fiel da fórmula simbólica. Identifique os erros de lógica **e de português** na frase, e escreva uma versão correta da mesma. Feito isso, diga se a frase é verdadeira ou falsa (não precisa justificar).

(a) $(\exists u \in \mathbb{N})(\forall v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe pelo menos um natural u no qual $u + 2 = v$, para um natural v qualquer.

resposta

V ou **F**?

(b) $(\exists u \in \mathbb{N})(\exists v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existem naturais u e v que vale $u + 2 = v$.

resposta

V ou **F**?

(c) $(\forall u \in \mathbb{N})(\forall v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Para determinado natural u satisfaz $u + 2 = v$, para determinado natural v .

resposta

V ou **F**?

(d) $(\forall u \in \mathbb{N})(\exists v \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe um v natural no qual $u + 2 = v$, para cada natural u .

resposta

V ou **F**?

(e) $(\forall v \in \mathbb{N})(\exists u \in \mathbb{N}) Q(u, v)$.

Existe pelo menos um u natural tal que um dado v satisfaz $u + 2 = v$.

resposta

V ou **F**?

2. Escreva as afirmações abaixo na forma simbólica. Suponha definidos os conjuntos P de todos os humanos, E de todos os estudantes, e F de todos os jogadores de futebol; e os predicados X , M e G tais que $X(x) \leftrightarrow$ “ x é perfeito”, $M(x, y) \leftrightarrow$ “ x é mãe de y ” e $G(x, y) \leftrightarrow$ “ x gosta de y ”.

(a) Tem estudante que não joga futebol.

resposta

(b) Cada jogador de futebol tem um amigo estudante.

resposta

(c) Tem jogador de futebol cuja mãe não gosta de estudantes.

resposta

(d) Quem gosta de quem gosta de jogador de futebol é mãe de jogador.

resposta

3. Demonstre que se n é um número inteiro da forma $4r + 3$, com r inteiro, não existem inteiros u e v tais que $u^2 + v^2 = n$.

resposta

4.

Prove que, para qualquer matriz A de 2×2 números reais cujo determinante $|A|$ não é zero, existe uma única matriz B de 2×2 números reais tal que AB e BA são a matriz identidade 2×2 .

resposta

5. Um número natural é dito *composto* se ele é o produto de dois números naturais maiores que 1.

- (a) Escreva, em notação simbólica, a definição de um predicado C que diz se um número inteiro é composto.

resposta

- (b) Demonstre que todo número natural composto m tem um divisor maior que 1 e menor ou igual a \sqrt{m} .

resposta