

1. 233427 Para cada uma das relações abaixo, determine se é reflexiva, e/ou irreflexiva, e/ou simétrica, e/ou anti-simétrica e/ou transitiva:
 - a) $\mathcal{R} = \{x, y \in \mathbb{N} \mid x^2 \text{ divide } y\}$
 - b) $\mathcal{S} = \{x, y \in \mathbb{R} \mid x/2 \leq y \leq 2x\}$
 - c) $\mathcal{T} = \{x, y \in \mathbb{N} \mid (10 \text{ divide } x) \leftrightarrow (10 \text{ divide } y)\}$

2. 233539 Prove por indução (completa) que todo inteiro maior que 23 é a soma de quadrados perfeitos maiores que 3.

3. 237215 Encontre um número natural n_0 tal que $1000 \cdot n^2 < 2^n$ para todo $n \geq n_0$. Prove este resultado por indução.

4. 237668 Determine uma relação \mathcal{R} sobre o conjunto $\{10, 20, 30, 40\}$ que **não** é transitiva, mas é tal que $\mathcal{R}^3 \subseteq \mathcal{R}$.

5. 237763 Considere a relação \mathcal{R} sobre \mathbb{N} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $y = x^2$. Descreva a relação \mathcal{R}^2 . Descreva a relação \mathcal{R}^n para um natural n genérico.

6. 242997 Seja f uma função dos reais \mathbb{R} para \mathbb{R} . Seja $\mathbb{P} = (0, +\infty)$ o conjunto dos reais positivos. Qual das seguintes fórmulas é a definição da fórmula “ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ”?
 - a) $(\exists \epsilon \in \mathbb{P})(\forall \delta \in \mathbb{P})(\forall x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$
 - b) $(\forall \epsilon \in \mathbb{P})(\exists \delta \in \mathbb{P})(\exists x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$
 - c) $(\forall \epsilon \in \mathbb{P})(\exists \delta \in \mathbb{P})(\forall x \in \mathbb{R}) \mid x - a \mid < \delta \rightarrow \mid f(x) - b \mid < \epsilon$

7. 245446 Seja \mathcal{R} a relação sobre os inteiros positivos $\mathbb{P} = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ definida por $x\mathcal{R}y$ se e somente se x/y é um número inteiro primo. Descreva o fecho reflexivo, o fecho simétrico, e o fecho transitivo de \mathcal{R} .

8. 246913 Seja A o conjunto das palavras sobre o alfabeto $\{A, B, C, \dots, Z\}$, e \mathcal{R} é a relação sobre A tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se x e y diferem pela troca de exatamente uma letra. Descreva o fecho transitivo de \mathcal{R} .

9. 256452 Seja \mathcal{R} é a relação sobre \mathbb{N} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $y = x + 2$. Descreva o fecho transitivo de \mathcal{R} .

10. 256453 Seja \mathcal{R} é a relação sobre \mathbb{R} tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $|x - y| \leq 1$.
Descreva o fecho transitivo de \mathcal{R} .