1. 176495 Seja x um número real tal que $x + 1/x$ é inteiro. Prove por indução que, para todo natural n, $x^n + 1/x^n$ é um número inteiro.

2. 177126 Prove por indução, que, para todo inteiro positivo n, todo conjunto de inteiros com n elementos tem um elemento máximo. (Um elemento máximo de um conjunto A é um elemento x de A tal que $(\forall z \in A)\, x \geq a$.)

3. 177967 Um conjunto de n retas divide o plano em um certo número de regiões. Prove por indução que, para qualquer n, essas regiões podem ser coloridas com duas cores de tal modo que todas as regiões que tem um lado em comum tem cores diferentes. (Pode supor que as retas estão em posição geral, ou seja, que não há 3 retas passando pelo mesmo ponto.)

4. 186543 Encontre o nemor natural n_0 tal que $(\forall n \in \mathbb{N})\, n \geq n_0 \to 2^n > n^2$, e prove esse fato por indução.

5. 187793 Seja $\mathcal{R}$ a relação de $\mathbb{R}$ para $\mathbb{R}$ tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $\cos(x) = y^2$. Determine $\mathrm{Dom}(\mathcal{R})$ e $\mathrm{Img}(\mathcal{R})$.

6. 194347 Seja $\mathcal{R}$ a relação de $\mathbb{R}$ para $\mathbb{R}$ tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$. Determine $\mathrm{Dom}(\mathcal{R})$ e $\mathrm{Img}(\mathcal{R})$.

7. 194773 Seja $\mathcal{R}$ a relação de $\mathbb{R}$ para $\mathbb{R}$ tal que $x\mathcal{R}y$ se e somente se $\cos(x) = y$. Determine a imagem de $A = [-10, +10]$ sob $\mathcal{R}$. Determine a imagem inversa de $B = \{0.5\}$ sob $\mathcal{R}$.

8. ninguem

9. nunguem

10. 195396 Prove que todo número natural n pode ser escrito como soma ou diferença de zero ou mais potências *distintas* de 3. Por exemlo, $7 = 3^2 - 3^1 + 3^0$, $8 = 3^2 - 3^0$, $13 = 3^2 + 3^1 + 3^0$, $14 = 3^3 - 3^2 - 3^1 - 3^0$, etc.