

1. 256452 Defina o predicado “ d é o máximo divisor comum de a e b ” para dois números naturais, em palavras e por uma fórmula do cálculo de predicados. A definição deve ser tal que d nunca é maior que a ou b .

2. 187793 Defina o conceito “ d é o menor divisor próprio de n ” para um número natural positivo n , como sendo o menor divisor que não é 1, por uma fórmula do cálculo de predicados.

3. 199910 Quais destas definições do predicado P são equivalentes:
 - (a) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) n = 10k$
 - (b) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow ((\exists k \in \mathbb{Z}) n = 5k) \wedge (\exists k \in \mathbb{Z}) n = 2k)$
 - (c) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow ((\exists k \in \mathbb{Z}) n = 5k \wedge n = 2k)$

4. 183955 Quais destas definições do predicado P são equivalentes:
 - (a) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) n = k^2$
 - (b) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow ((\exists k, r \in \mathbb{Z}) n = rk/2 \wedge r = 2k)$
 - (c) $(\forall n) P(n) \leftrightarrow ((\exists k, r \in \mathbb{Z}) n = 2rk \wedge r = k/2)$

5. 177967 Quais destas definições do predicado P são equivalentes:
 - (a) $(\forall m, n) P(m, n) \leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) n = km$
 - (b) $(\forall m, n) P(m, n) \leftrightarrow (\exists k \in \mathbb{Z}) kn = m$
 - (c) $(\forall m, n) P(m, n) \leftrightarrow ((\exists k, r \in \mathbb{Z}) n = kr \wedge r = km)$

6. 246913 Escreva formalmente a afirmação “um inteiro é múltiplo de 10 se e somente se ele termina com algarismo 0”, supondo definidos o predicado $M(n, p)$ significando “ n é múltiplo de p ” e a função $u(n)$ que dá o último algarismo de n .

7. 225912 Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 5 se o último algarismo é 5”. Como seriam o primeiro e último passo de uma demonstração desta afirmação, no estilo de demonstração direta?

8. Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 5 se o último algarismo é 5”. Como seriam o primeiro e último passo de uma demonstração desta afirmação, no estilo de demonstração por contrapositiva?
9. Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 5 se o último algarismo 5”. Como seriam os dois primeiros e o último passo de uma demonstração desta afirmação, no estilo de demonstração por contradição?
10. Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 2 se o último algarismo é 0 ou 6”. Mostre como quebrar a demonstração em duas demonstrações de implicação simples.
11. Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 2 e de 5 se o último algarismo é 0”. Mostre como quebrar a demonstração em duas demonstrações de implicação simples.
12. Suponha que queremos provar a afirmação “um inteiro é múltiplo de 10 se, e somente se, o último algarismo é 0”. Mostre como quebrar a demonstração em duas demonstrações de implicação simples.
13. Quais destas afirmações são verdadeiras:
- (a) $(\forall x \in D) x = x + 1$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k = k + 2 \}$.
 - (b) $(\forall x \in D) x = x + 1$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k = 2k \}$.
 - (c) $(\forall x \in D) x = x + 1$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k = \sqrt{2k} \}$.
14. Quais destas afirmações são verdadeiras:
- (a) $(\exists x \in D) x + x = 2x$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k = k + 2 \}$.
 - (b) $(\exists x \in D) x + x = 2x$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k = 3k \}$.
 - (c) $(\exists x \in D) x + x = 2x$ onde $D = \{ k \in \mathbb{N} \mid k^2 + k = 0 \}$.
15. Defina o conceito “ x é o mínimo múltiplo comum de a e b ”, para dois números naturais a e b , em palavras e por uma fórmula do cálculo de predicados. O resultado deve ser um número natural.