



MO 815 - MC 919  
1º Semestre de 2005

Lista 2

Entrega: Terça, 26/04/2005 (em aula)

### 1 Um pouco sobre quaternions

Em aula vimos que a representação de um quaternion  $q$  usa quatro valores reais  $a_0, a_1, a_2, a_3$  e

$$q = (a_0, \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}) = (a_0, \vec{a}),$$

onde  $a_0$  é um valor escalar, e  $\vec{a}$  um vetor em  $\mathbb{R}^3$ .

Uma outra forma de interpretar quaternions é como números complexos de quatro dimensões:

$$q = a_0 + a_1i + a_2j + a_3k,$$

onde

$$\begin{aligned} i^2 = j^2 = k^2 &= -1, \\ ij = -ji &= k, \\ jk = -kj &= i, \\ ki = -ik &= j. \end{aligned}$$

1. Mostre que

$$q_a q_b = (a_0, \vec{a})(b_0, \vec{b}) = (a_0 b_0 - \vec{a}^\top \vec{b}, a_0 \vec{b} + b_0 \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b}).$$

2. Mostre que dado um vetor unitário  $k \in \mathbb{R}^3$ , e um ângulo  $\theta$  (em radianos),

$$(0, \vec{y}) = q(0, \vec{x})q^*.$$

onde

$$\begin{aligned} q &= \left( \cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} k \right), \\ q^* &= \left( \cos \frac{\theta}{2}, -\sin \frac{\theta}{2} k \right), \\ \vec{y} &= R_k(\theta) \vec{x}. \end{aligned}$$

3. Conte o número de somas e multiplicações necessárias para:

- (a)  $\vec{y} = R_k(\theta) \vec{x}$ .
- (b)  $(0, \vec{y}) = q(0, \vec{x})q^*$ .
- (c)  $R_{k1}(\theta_1)R_{k2}(\theta_2)R_{k3}(\theta_3)$ .
- (d)  $q_1 q_2 q_3$ .

## 2 Parâmetros de Câmera

Prove que quando as o sistema de coordenadas da câmera não são ortogonais, possuem ângulo  $\theta$  diferente de  $90^\circ$  entre seus eixos, então a equação

$$\begin{cases} u = \alpha \frac{x}{z} + u_0 \\ v = \beta \frac{y}{z} + v_0 \end{cases}$$

se transforma em

$$\begin{cases} u = \alpha \frac{x}{z} - \alpha \cot \theta \frac{y}{z} + u_0 \\ v = \frac{\beta}{\sin \theta} \frac{y}{z} + v_0 \end{cases}$$

## 3 Calibração de Câmera

Baixe da página do curso os dois conjuntos de imagens de um padrão de calibração plano e suas informações adicionais (este material estará disponível a partir de quinta-feira, 07/04).

1. Utilize uma ferramenta de sua escolha, para obter os parâmetros calibrados das duas câmeras. (Tome cuidado com a correspondência entre os pontos do padrão, especialmente quando há rotação ao longo do eixo de projeção). Algumas opções efetuar a calibração são:
  - (a) Camera Calibration Toolbox for Matlab ([http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/)).
  - (b) OpenCV (<http://www.intel.com/research/mrl/research/opencv/>) e Peru (<http://peru.sourceforge.net/>).
  - (c) Código em Windows do Zhengyou Zhang, Microsoft Research, o criador da técnica utilizada em todos estes outros pacotes (<http://research.microsoft.com/~zhang/calib/>).
2. Compare as duas câmeras, que conclusões você pode tomar?
3. Utilize o seu conhecimento dos parâmetros de distorção da lente, para corrigir as imagens adicionais de cada câmera (também disponíveis no site a partir de quinta-feira).