



MO 815 - Tópicos em Processamento de Imagens
MC 919 - Tópicos Especiais em Processamento Gráfico

1º Semestre de 2005

Lista 0
Conceitos Básicos de Matemática

Entrega opcional: Terça, 22/03/2005 (em aula)

O objetivo desta lista de exercícios é se familiarizar e relembrar de algumas das ferramentas matemáticas básicas que utilizaremos durante o curso.

1. Seja $A = \begin{bmatrix} | & | & | \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}$ uma matriz 3×3 ($a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}^3$). Mostre que $\det(A) = a_3 \cdot (a_1 \times a_2)$.

2. Calcule os autovalores e autovetores das matrizes $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$.

3. Construa uma matriz com autovetores $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$, e com autovalores 1 e 2.

4. Resolva os sistemas

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 5 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

5. Explique o que é a SVD (Single Value Decomposition), e utilize um programa matemático (como o GNU-octave) para calcular a SVD de

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \\ 5 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

6. Seja A uma matriz quadrada, prove que $e^A = \sum_{i=1}^3 \frac{A^i}{i!}$ (use a expansão de Taylor).