

# Um Algoritmo Exato para um Problema de Galeria de Arte

Marcelo C. Couto  
Pedro J. de Rezende  
Cid C. de Souza

Instituto de Computação  
UNICAMP  
05/11/2010

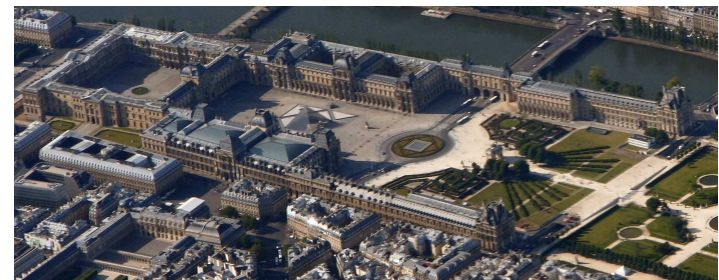
- 1 Introdução
  - Problema de Galeria de Arte
- 2 Modelagem
- 3 Algoritmo
  - Otimalidade
  - Processamento
  - Convergência
  - Estratégias de Discretização
- 4 Experimentação
  - Classes de Polígonos
  - Resultados
- 5 Resumo

## História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973  
*Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?*

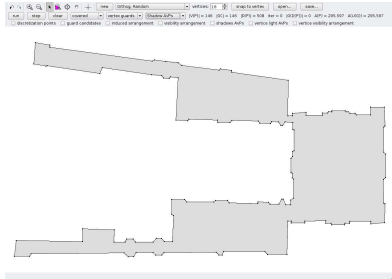
## História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973  
*Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?*
- Exemplo: Louvre, França



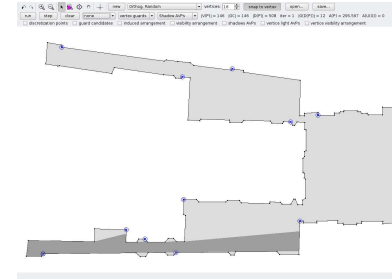
## História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973  
*Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?*
- Exemplo: Louvre, França



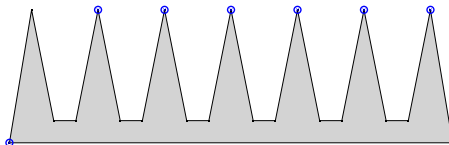
## História e Motivação

- Originalmente proposto por Victor Klee em 1973  
*Qual a quantidade mínima de guardas suficiente para que todo o interior de uma galeria de arte seja observado?*
- Exemplo: Louvre, França



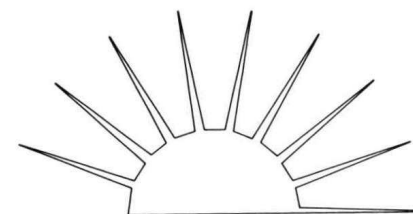
## Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal  
 $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de  $n$  vértices



## Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal  
 $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de  $n$  vértices



**Fig. 4.1.** A star polygon that requires  $\lfloor n/3 \rfloor$  vertex guards.

## Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal  
 $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de  $n$  vértices

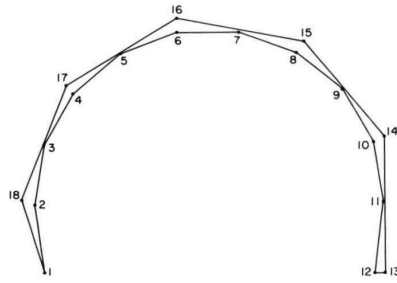
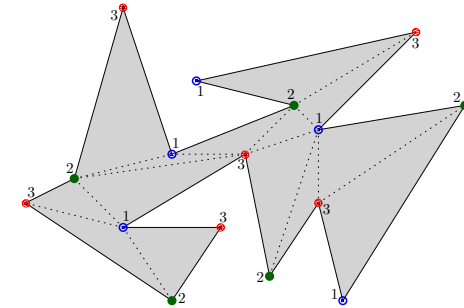


Fig. 4.7. A spiral polygon that requires  $\lfloor n/3 \rfloor$  point guards.

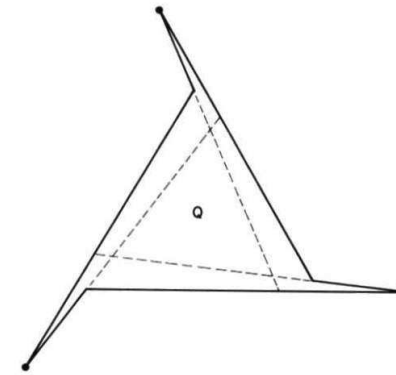
## Teorema da Galeria de Arte

- Chvátal  
 $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono de  $n$  vértices
- Fisk, prova mais simples. Algoritmo que aloca  $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$  guardas



## Casos Interessantes

- Cobertura das paredes mas não todo o interior:

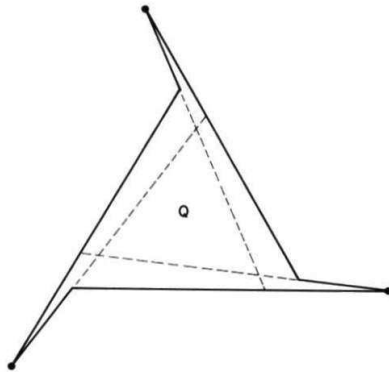


## Casos Interessantes

- Cobertura das paredes mas não todo o interior:

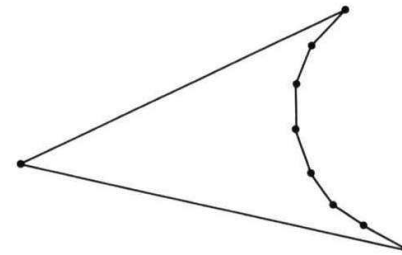
## Casos Interessantes

- Guardas só em vértices reflexos?



## Casos Interessantes

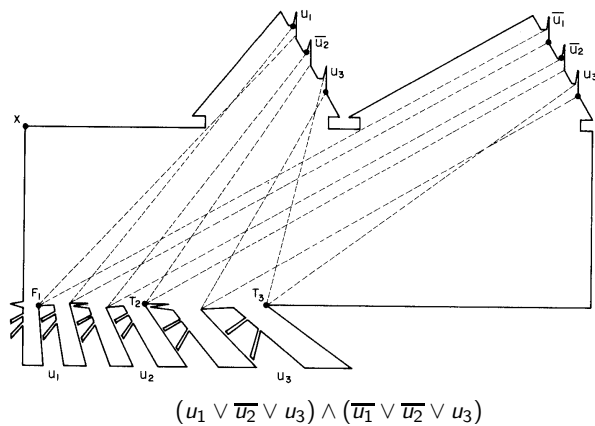
- Guardas só em vértices reflexos?



**Fig. 1.26.** Of a polygon's  $n$  vertices, as many as  $n - 3$  may be reflex.

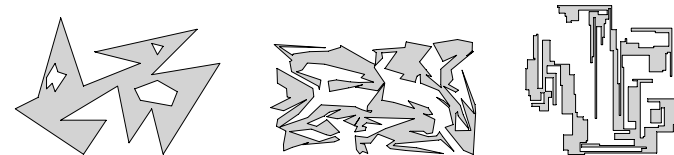
## NP-dificuldade

- Problema de minimização é NP-DIFÍCIL [Lee & Lin (1985)]



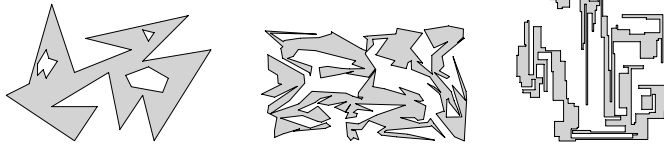
## Variantes do Problema de Galeria de Arte

- Tipos de polígonos



## Variantes do Problema de Galeria de Arte

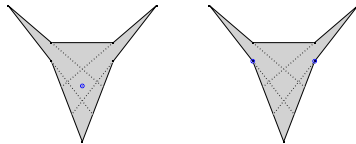
## • Tipos de polígonos



## • Tipos de guardas

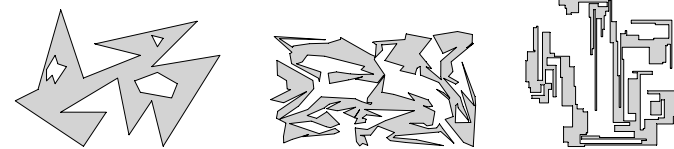
## ▶ Estacionários

- ★ Nos vértices
- ★ No interior



## Variantes do Problema de Galeria de Arte

## • Tipos de polígonos



## • Tipos de guardas

## ▶ Estacionários

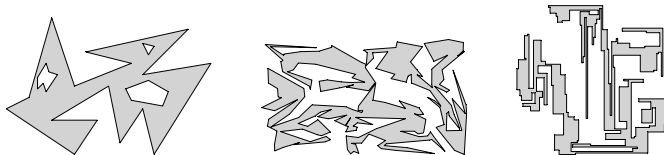
- ★ Nos vértices
- ★ No interior

## ▶ Móveis

- ★ Em arestas
- ★ Em diagonais

## Variantes do Problema de Galeria de Arte

## • Tipos de polígonos



## • Tipos de guardas

## ▶ Estacionários

- ★ Nos vértices
- ★ No interior

## ▶ Móveis

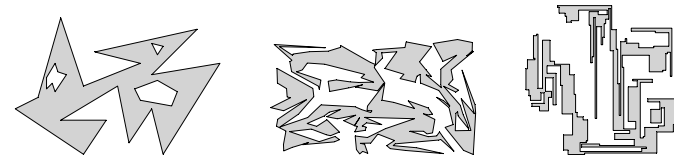
- ★ Em arestas
- ★ Em diagonais

## • Outras: Restrições sobre propriedades geométricas

## • Surveys de O'Rourke, Shermer, Urrutia, Ghosh.

## Variantes do Problema de Galeria de Arte

## • Tipos de polígonos



## • Tipos de guardas

## ▶ Estacionários

- ★ Nos vértices
- ★ No interior

## ▶ Móveis

- ★ Em arestas
- ★ Em diagonais

## • Outras: Restrições sobre propriedades geométricas

## • Surveys de O'Rourke, Shermer, Urrutia, Ghosh.

3.  **Art Gallery Theorems and Algorithms (International Series of Monographs on Computer Science)** by Joseph O'Rourke (Hardcover - Oct 1, 1987)  
Used & new from \$1,847.50  
[15Sep06]

## Variante Ortogonal (OAGP)

- Kahn *et al.* (1983)  
 $\lfloor \frac{n}{4} \rfloor$  guardas são ocasionalmente necessários e sempre suficientes para cobrir um polígono ortogonal de  $n$  vértices
- Problema de minimização também é NP-DIFÍCIL [Schuchardt *et al.* (1995)].

## Resultados Conhecidos

- Algoritmos aproximados
  - ▶  $\log n$ -aproximado [Ghosh (1987)]
  - ▶  $\log c_{opt}$ -aproximado [Efrat e Har-Peled (1998)]
  - ▶ Eidenbenz (2002) provou que AGP é APX-DIFÍCIL
  - ▶ Erdem e Sclaroff (2006): grade fixa e heurísticas PLI
- Tomás *et al.* (2006): baseado em programação por restrição
- Abordagem baseada em PLI para estimar limitantes [Baumgartner *et al.* (2010)]

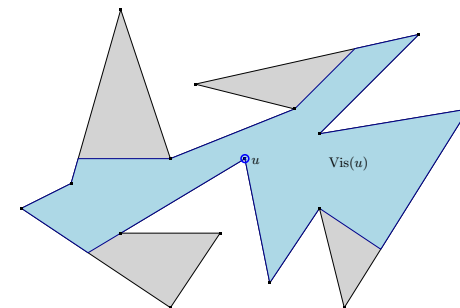
## Objetivos

Estudar o problema de minimização do AGP para polígonos sem buracos e guardas estacionários nos vértices

- Propor um algoritmo exato que resolva à otimalidade, através do uso de PLI
- Mostrar a viabilidade prática do algoritmo
- Estudar diferentes estratégias para a discretização do polígono
- Realizar e analisar resultados experimentais

## Região de Visibilidade $V(u)$

- Ângulo de visão de  $360^\circ$  e alcance ilimitado
- Um ponto  $v$  é visível por um ponto  $u$  se e somente se  $\overline{uv}$  não intercepta o exterior de  $P$
- Algoritmo de Joe e Simpson  $O(n)$



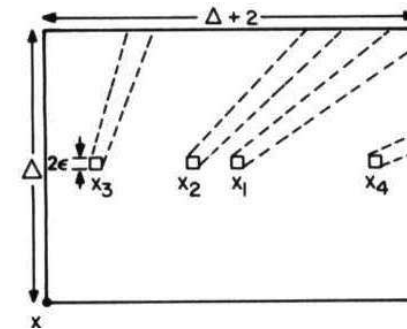
## Região de Visibilidade $V(x)$

- Região de visibilidade em polígono de  $n$  vértices com buracos:

## Região de Visibilidade $V(x)$

- Região de visibilidade em polígono de  $n$  vértices com buracos:

$$\Omega(n \log n)$$

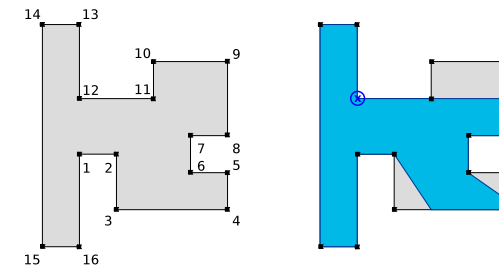


## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto  $p \in P$  é visto por um ponto  $g$  do CVG  $G$  para  $P$

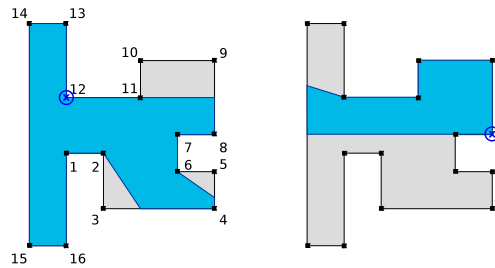
## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto  $p \in P$  é visto por um ponto  $g$  do CVG  $G$  para  $P$
- Um CVG  $G$  para  $P$  é qualquer subconjunto dos vértices de  $P$  onde  $\bigcup_{g \in G} V(g) = P$



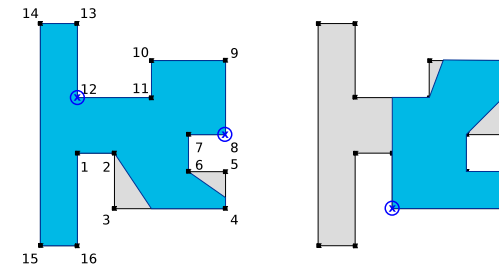
## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto  $p \in P$  é visto por um ponto  $g$  do CVG  $G$  para  $P$
- Um CVG  $G$  para  $P$  é qualquer subconjunto dos vértices de  $P$  onde  $\bigcup_{g \in G} V(g) = P$



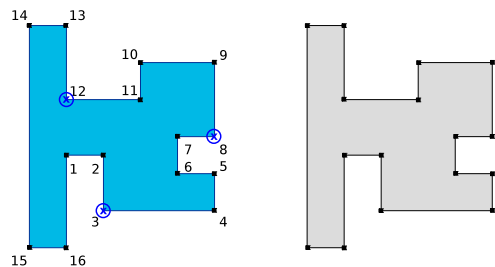
## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto  $p \in P$  é visto por um ponto  $g$  do CVG  $G$  para  $P$
- Um CVG  $G$  para  $P$  é qualquer subconjunto dos vértices de  $P$  onde  $\bigcup_{g \in G} V(g) = P$



## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Todo ponto  $p \in P$  é visto por um ponto  $g$  do CVG  $G$  para  $P$
- Um CVG  $G$  para  $P$  é qualquer subconjunto dos vértices de  $P$  onde  $\bigcup_{g \in G} V(g) = P$



## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN } |G| \\ & \text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN } |G| \\ & \text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório

## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN } |G| \\ & \text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**

## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN } |G| \\ & \text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
  - ▶ Conjunto Universo  $U$  (todos os infinitos pontos de  $P$ )

## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} & \text{MIN } |G| \\ & \text{tal que } \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
  - ▶ Conjunto Universo  $U$  (todos os infinitos pontos de  $P$ )
  - ▶ Família de subconjuntos de elementos de  $U$  (regiões de visibilidade dos vértices de  $P$ )

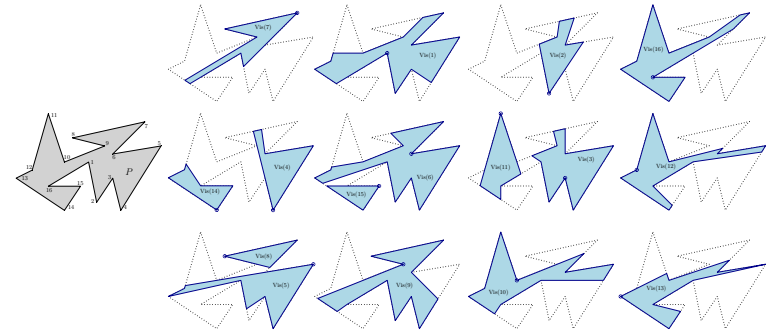
## Conjunto de Vértice Guarda (CVG)

- Ótica alternativa para o AGP

$$\begin{aligned} \text{MIN } & |G| \\ \text{tal que } & \bigcup_{g \in G} \text{Vis}(g) = P, \forall G \subset V \end{aligned}$$

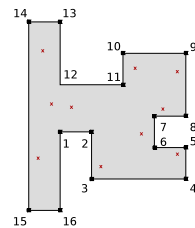
- Problema passa a ser combinatório
- Pode ser visto como um **Problema de Cobertura de Conjuntos**
  - Conjunto Universo  $U$  (todos os infinitos pontos de  $P$ )
  - Família de subconjuntos de elementos de  $U$  (regiões de visibilidade dos vértices de  $P$ )
  - Custo do uso de cada subconjunto (igual para todas as regiões)

## Problema de Cobertura de Conjuntos



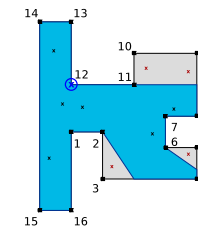
## O Problema Discreto

- Impraticável construir e resolver SCP com infinitas restrições
- Discretizar  $P$  em um conjunto finito de pontos  $D(P)$  representativos de  $P$



## O Problema Discreto

- Impraticável construir e resolver SCP com infinitas restrições
- Discretizar  $P$  em um conjunto finito de pontos  $D(P)$  representativos de  $P$



- Gerar uma matriz binária que contenha a informação de visibilidade  
Para cada ponto  $i \in D(P)$ ,  
 $a_{ij} = 1$  se  $i$  é visível por  $j \in V_P$  e  
 $a_{ij} = 0$  se  $i$  não é visível por  $j \in V_P$

## Formulação Problema Discreto

$$z = \min \sum_{j \in V_P} x_j$$

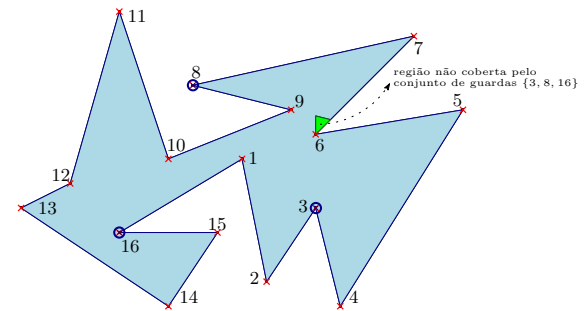
$$\text{t.q.} \sum_{j \in V_P} a_{ij} x_j \geq 1, \forall i \in D(P) \quad (1)$$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ pertence a solução} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

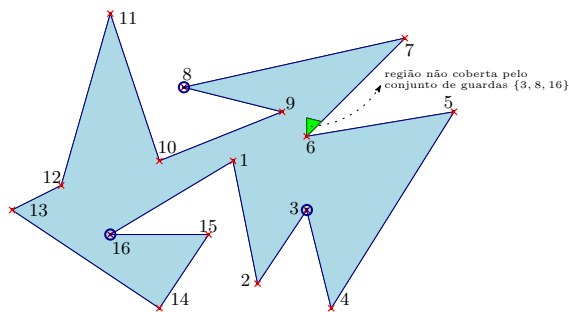
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in V(j) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- O conjunto  $Z = \{j \in V_P \mid x_j = 1\}$  é o conjunto solução
- (1) garante que cada ponto  $i \in D(P)$  é visível por pelo menos um guarda selecionado
- A função objetivo minimiza a cardinalidade  $z$  do conjunto solução  $Z$

## Formulação Problema Discreto



## Formulação Problema Discreto



**Cobertura de  $D(P)$  pode não ser CVG para  $P$**

## Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de  $D(P)$  pode não ser CVG para  $P$
- Identificar, adicionar um novo ponto a  $D(P)$  e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para  $P$

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

## Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de  $D(P)$  pode não ser CVG para  $P$
- Identificar, adicionar um novo ponto a  $D(P)$  e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para  $P$

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

- Em cada iteração resolve-se um problema NP-DIFÍCIL

## Do Discreto ao Contínuo

- Cobertura de  $D(P)$  pode não ser CVG para  $P$
- Identificar, adicionar um novo ponto a  $D(P)$  e resolver novamente
- Itera até solução ser viável, isto é, ser um CVG para  $P$

$$\bigcup_{g \in Z} \text{Vis}(g) = P.$$

- Em cada iteração resolve-se um problema NP-DIFÍCIL

## A Solução é Ótima? O Método Converge?

## Solução Viável

- Um solução  $Z$  do problema discretizado é *viável* se  $Z$  é um CVG para  $P$

## Teorema

Seja  $Z$  uma solução ótima de uma instância  $I(P, D(P))$  do Problema da Galeria de Arte Discretizado. Se  $Z$  é viável, então  $Z$  é ótima para o problema original.

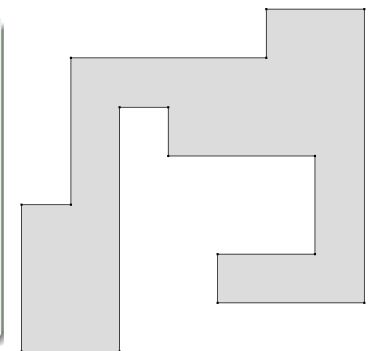
**Prova.** Seja  $Z^*$  um CVG ótimo para  $P$ . Como  $Z^*$  é também um CVG para  $D(P)$ , tem-se que  $|Z^*| \geq |Z|$ . Por outro lado, como  $Z$  é viável, tem-se que  $|Z| \geq |Z^*|$ .  $\square$

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



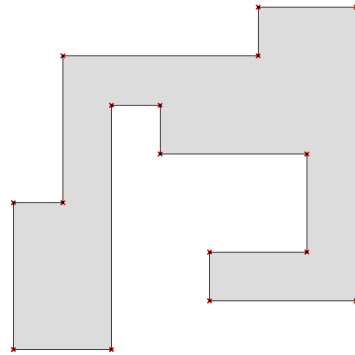
Polígono

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



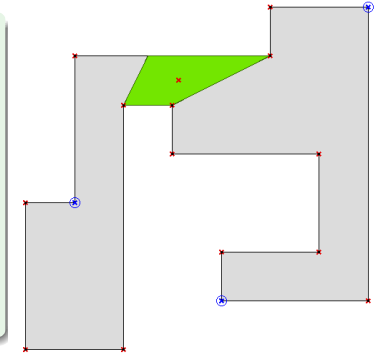
Discretização Inicial

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



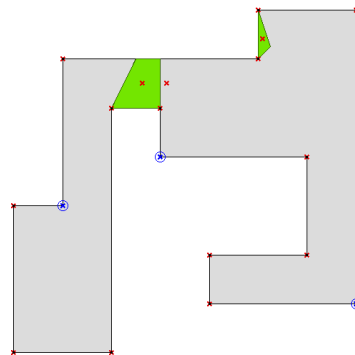
Primeira Iteração

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



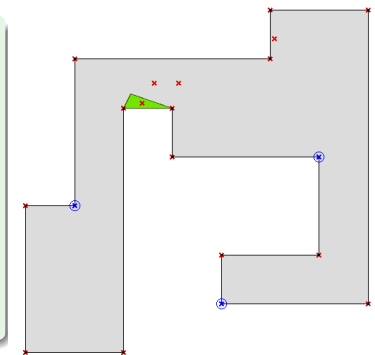
Segunda Iteração

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



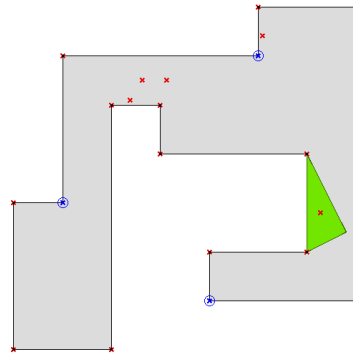
Terceira Iteração

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

```



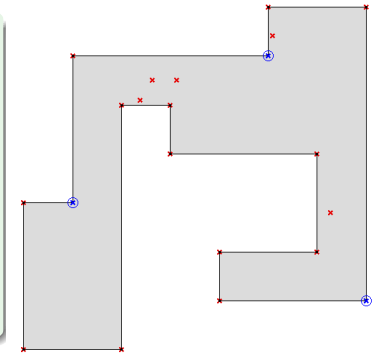
Quarta Iteração

## Processamento

```

1: repeat
2:    $Z \leftarrow \text{Solução}(\text{SCP}(P, D(P)))$ ;
3:   for cada região não coberta  $R$  do
4:      $c \leftarrow$  centróide de  $R$ ;
5:      $D(P) \leftarrow D(P) \cup \{c\}$ ;
6:     Adiciona uma nova linha,  $r$ , ao
       conjunto de restrições,
       correspondendo ao novo ponto não
       coberto  $c$ :
        $\sum a_{ij}x_j \geq 1$  onde,  $\forall j \in V_P$ ,
        $a_{ij} \leftarrow \text{Boolean}(c \in V(j))$ ;
7:   end for
8: until  $Z$  seja viável

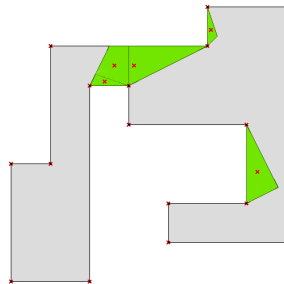
```



Quinta Iteração: solução viável

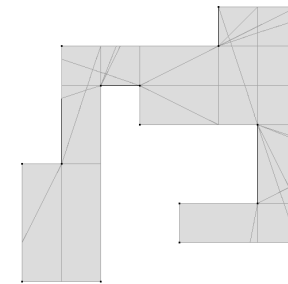
## Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



## Convergência do Algoritmo

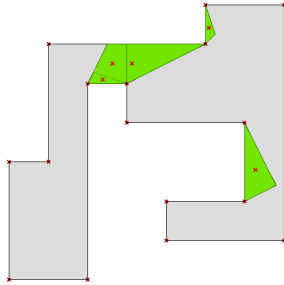
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem  $O(n^3)$  [Bose et al. (2002)]

## Convergência do Algoritmo

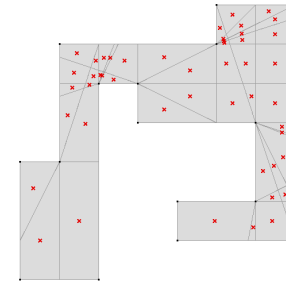
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem  $O(n^3)$  [Bose et al. (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP

## Convergência do Algoritmo

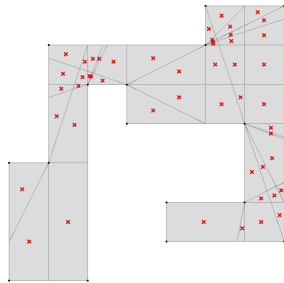
- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem  $O(n^3)$  [Bose et al. (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP
- Cobertura de um centróide  $\times$  implica que seu AVP será coberto

## Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas



- Arranjo de Visibilidade e AVP. Existem  $O(n^3)$  [Bose et al. (2002)]
- Toda região não coberta contém um AVP
- Cobertura de um centróide  $\times$  implica que seu AVP será coberto
- Isto prova que o algoritmo converge!

## Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

## Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

- Cada iteração resolve um problema NP-DIFÍCIL (SCP)

## Convergência do Algoritmo

- Está associada ao limitante superior do número de regiões não cobertas

$$O(n^3)$$

- Cada iteração resolve um problema NP-DIFÍCIL (SCP)
- Ao construir  $D(P)$  com o centróide de cada AVP, tem-se uma solução ótima em uma única iteração

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - Compromisso entre eficiência e precisão

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
  - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
  - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
  - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
  - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
  - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

### Estratégias (APOSTAS)

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - ▶ Compromisso entre eficiência e precisão
  - ▶ Deseja-se um número baixo de restrições
  - ▶ Deseja-se um número baixo de iterações

### Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - Compromisso entre eficiência e precisão
  - Deseja-se um número baixo de restrições
  - Deseja-se um número baixo de iterações

### Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de  $P$ )

## Estratégias de Discretização

- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - Compromisso entre eficiência e precisão
  - Deseja-se um número baixo de restrições
  - Deseja-se um número baixo de iterações

### Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de  $P$ )
- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)

## Estratégias de Discretização

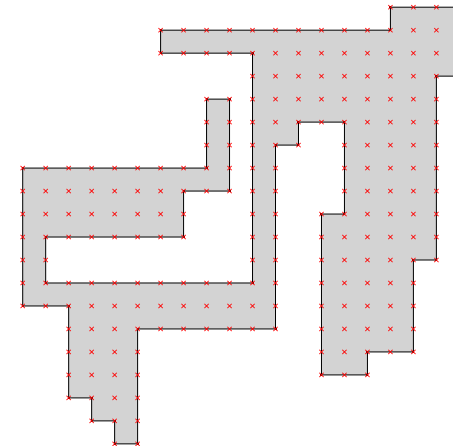
- Número de regiões não cobertas depende da escolha de  $D(P)$ 
  - Compromisso entre eficiência e precisão
  - Deseja-se um número baixo de restrições
  - Deseja-se um número baixo de iterações

### Estratégias (APOSTAS)

- **Grade Regular** (densidade)
- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de  $P$ )
- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)
- (Baseado em) **AVPs** (engenhosa mas com custo de pré-processamento)

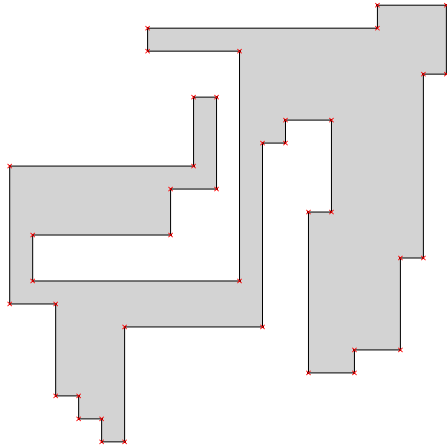
## Estratégias de Discretização

- **Grade Regular** (densidade)



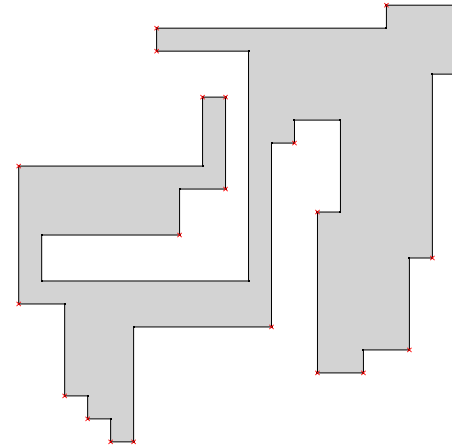
## Estratégias de Discretização

- **Todos os vértices** (simples, possui informação sobre a forma de  $P$ )



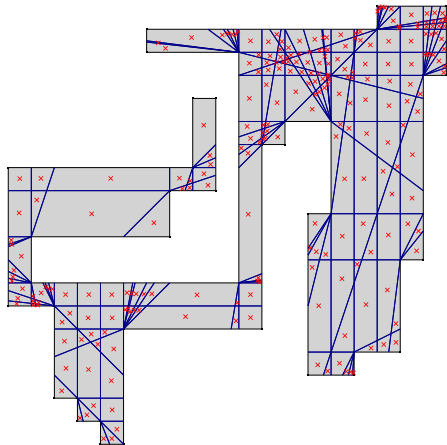
## Estratégias de Discretização

- **Vértices convexos** (identificam regiões difíceis de serem vistas)



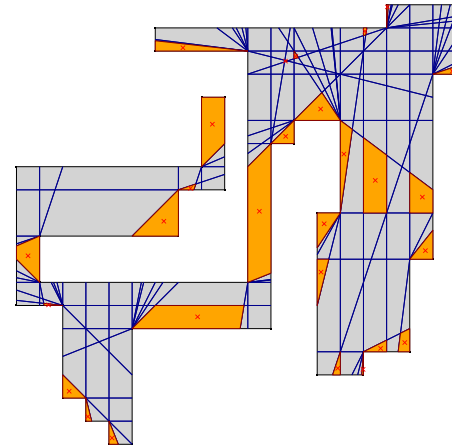
## Estratégias de Discretização

- **AVPs** (única iteração)



## Estratégias de Discretização

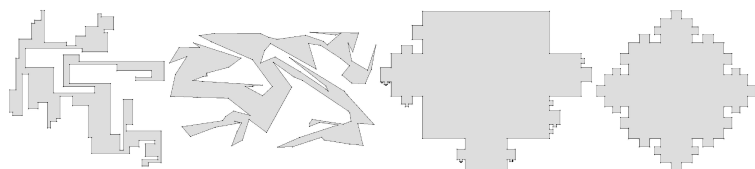
- **AVPs de Sombra** (engenhosa mas com custo de pré-processamento)



## Instâncias

- Cinco diferentes grupos de testes com mais de 10000 instâncias de até 2500 vértices e seus resultados, disponíveis em [www.ic.unicamp.br/~cid/Problem-instances/Art-Gallery/](http://www.ic.unicamp.br/~cid/Problem-instances/Art-Gallery/)
- Algumas classes disponíveis

Ortho Random || Simple Random || Random von Koch || Complete von Koch



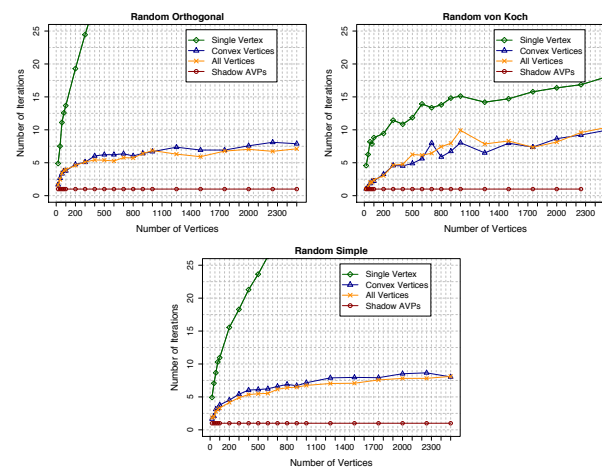
## Ambiente Computacional

- Uma implementação foi feita em C++ utilizando o CGAL 3.2.1
- Utilizou-se como resolvidor PLI o Xpress-Optimizer v18.10.04 – para resolver instâncias do Problema de Cobertura de Conjuntos
- Os experimentos foram executados em um computador Pentium IV com 3.4 GHz e 3 GB de memória

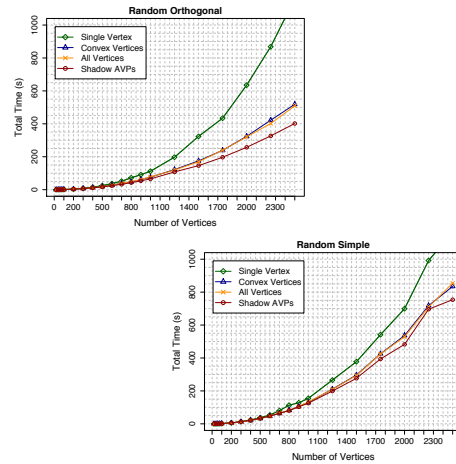
## Resultados



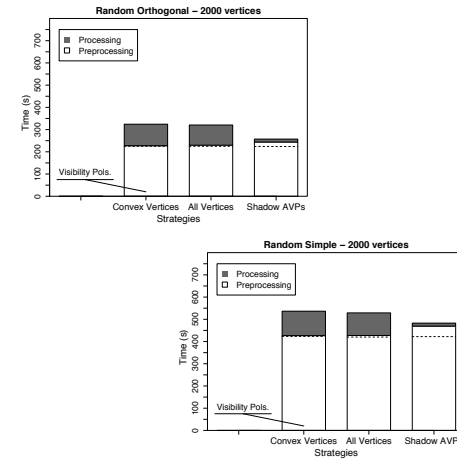
## Número de Iterações



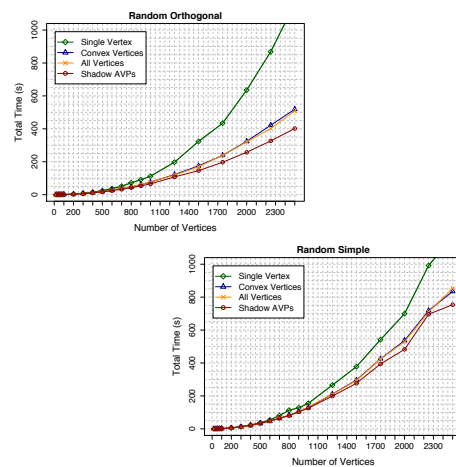
## Tempo Total



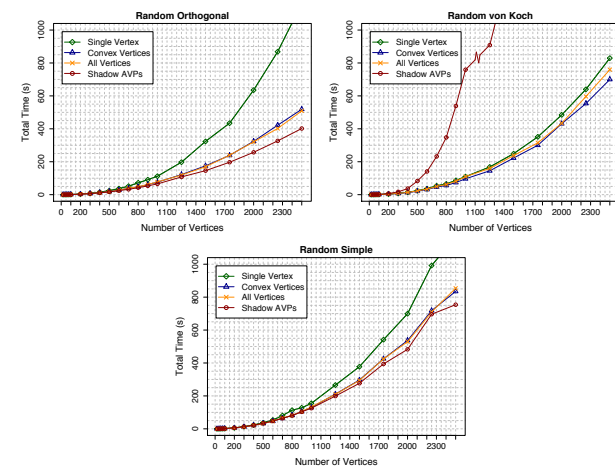
## Composição do Tempo de Execução



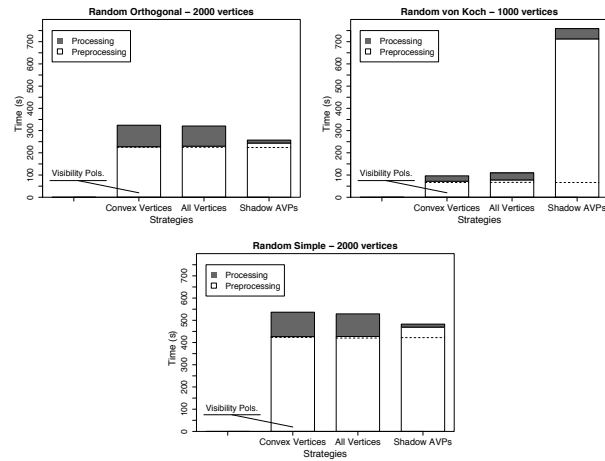
## Tempo Total



## Tempo Total



## Composição do Tempo de Execução



## Preprocessamento

- Construir  $D(P)$
- Calcular a região de visibilidade  $V(u)$  para cada vértice  $u$
- Localizar cada ponto  $p \in D(P)$  com relação a cada região de visibilidade
- Retornar a formulação inicial do Problema de Cobertura de Conjuntos (SCP)

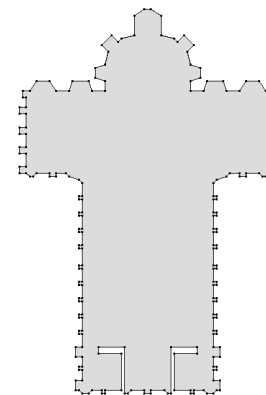
## Exemplo

- Basílique St. Sernin, Toulouse



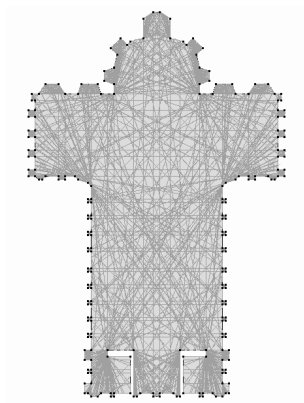
## Exemplo

- Basílique St. Sernin, Toulouse



## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



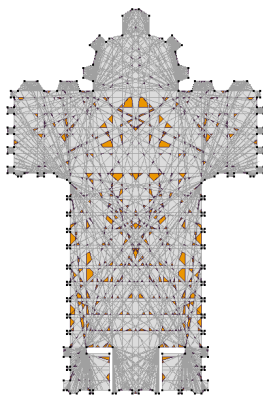
## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



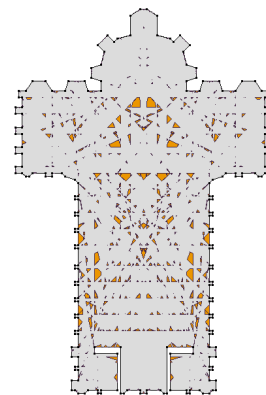
## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



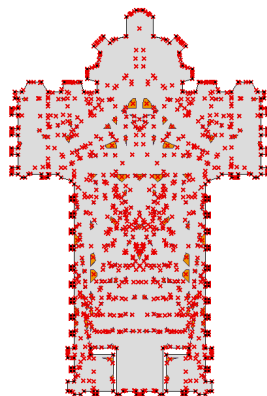
## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



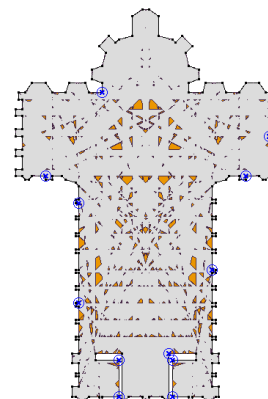
## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



## Exemplo

- Basilique St. Sernin, Toulouse



## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática
- Resolução de instâncias complexas: 10+ vezes maiores que os da literatura (em < 800 s)

## Conclusões

- Implementação de um algoritmo de visibilidade: aritmética exata e tratamento de casos degenerados
- Disponibilização da única biblioteca de instâncias de galeria de arte *online* conhecida (10000 instâncias e seus resultados)
- Modelo IP e análise de diversas estratégias para a discretização
- Algoritmo exato que computa solução ótima para o AGP (guardas em vértices)
- Instâncias derivadas da curva de von Koch bem mais difíceis de serem resolvidas que as existentes na literatura
- Estudo experimental extensivo — viabilidade prática
- Resolução de instâncias complexas: 10+ vezes maiores que os da literatura (em < 800 s)
- <http://www.ic.unicamp.br/~reltech/2009/09-46.pdf>

## Trabalhos em progresso

- Polígonos simples com buracos
- Cobertura múltipla
- O problema de guardas-pontos
- O problema de guardas em arestas
- O problema de cobertura parcial das arestas