

Lista de Exercícios

MC448 — Projeto e Análise de Algoritmos I

Prof. Pedro J. de Rezende

2º Semestre de 2008

Tema: Reduções entre problemas

1. O que se entende por reduzir-se um problema P a outro problema Q ? (Tente redigir sua resposta em mais de uma maneira diferente — uma mais formal e outra menos formal. Isso ajudará a certificar-se de que você entendeu o conceito.)
2. Se você sabe que $P \propto_{f(n)} Q$, o conhecimento de uma quota inferior para um destes dois problemas pode lhe permitir deduzir uma quota inferior para o outro.
 - (a) Para qual ela deve ser conhecida inicialmente?
 - (b) É preciso que haja alguma relação entre esta quota inferior conhecida e $f(n)$? Porque sim ou porque não?
 - (c) É possível que mesmo tendo a redução $P \propto_{f(n)} Q$ e o conhecimento de uma quota inferior para o conveniente destes dois problemas, não se possa deduzir uma quota inferior para o outro? Justifique.
3. Se você sabe que $P \propto_{f(n)} Q$, o conhecimento de uma quota superior para um destes dois problemas pode lhe permitir deduzir uma quota superior para o outro.
 - (a) Para qual ela deve ser conhecida inicialmente?
 - (b) De que modo $f(n)$ influencia a quota superior obtida a partir desta redução? Por quê?
 - (c) É possível que mesmo tendo a redução $P \propto_{f(n)} Q$ e o conhecimento de uma quota superior para o conveniente destes dois problemas, não se possa deduzir uma quota superior para o outro? Justifique.
4. Sejam P_1 e P_2 dois problemas tais que $P_1 \propto_n P_2$ e suponha que (i) P_1 tem cota inferior $\Omega(n \log n)$; (ii) existe um algoritmo que resolve P_2 em tempo $O(n^{3/2})$. Responda as seguintes questões justificando *brevemente*.
 - (a) É verdade que todo algoritmo que resolve P_1 , independentemente de sua complexidade, pode ser usado para resolver P_2 ?
 - (b) É verdade que todo algoritmo que resolve P_2 , independentemente de sua complexidade, pode ser usado para resolver P_1 ?
 - (c) Qual a melhor quota superior para P_1 que se deduz deste enunciado?
 - (d) Qual a melhor quota inferior para P_2 que se deduz deste enunciado?
5. Se $P \propto_{f(n)} Q$, $Q \propto_{g(n)} R$, e se P tem quota inferior $\Omega(h(n))$ e R tem solução em tempo $O(\ell(n))$, e se $f(n) + g(n) \in \Theta(\ell(n))$ em quais classes de $\ell(n)$ a função $h(n)$ pode estar (o , O , Θ , Ω , ω)? Justifique cuidadosamente.
6. Se $P \propto_{f(n)} Q$, $Q \propto_{g(n)} R$, e se P tem quota inferior $\Omega(h(n))$ e R tem solução em tempo $O(\ell(n))$, e se $f(n) + g(n) \in o(h(n))$ em quais classes de $h(n)$ a função $\ell(n)$ pode estar (o , O , Θ , Ω , ω)? Justifique cuidadosamente.
7. Considere o seguinte problema:

Dados n segmentos de retas no plano, determinar se algum par deles se intercepta.

Utilizando (rigorosamente!) alguma redução entre problemas (na ordem que julgar adequada!) prove que não é possível resolver o problema acima em pior caso assintoticamente em menos tempo que $\Omega(n \log n)$.
8. Prove (por redução) que o seguinte problema tem quota inferior $\Omega(n \log n)$ no modelo de árvore de decisões (algébricas):

Dados um conjunto S de n pontos no plano e uma reta r , determinar se existe uma reta paralela a r passando por algum par de pontos de S .
9. Considere o seguinte problema:

Dadas n retas no plano determinar se existem duas delas não paralelas.

Este problema tem quota inferior $\Omega(n \log n)$ no modelo de árvore de decisões (algébricas)? Justifique.