Processamento de Imagens usando Grafos

Prof. Alexandre Xavier Falcão

Segundo semestre de 2004

1 Transformada de watershed

A transformada de watershed é um dos operadores clássicos para segmentação de imagens. Este operador simula a inundação da superfície de uma imagem cinza $\hat{I} = (D_I, I)$ por fontes de água colocadas em pixels sementes (marcadores); erguendo uma barreira (linhas de watershed) toda vez que águas provenientes de fontes distintas se encontram, impedindo assim que elas se misturem. As fontes são normalmente colocadas no fundo de bacias distintas da imagem. Após inundar suas bacias, a água proveniente de uma dada fonte inunda instantaneamente as bacias vizinhas até a altura em que a água se encontra. Quando duas ou mais fontes encontram simultaneamente uma dada bacia, ou um dado platô da superfície, os pixels desta bacia (ou platô) são normalmente divididos igualitariamente entre as fontes. Não é difícil de imaginar que a água que parte de uma fonte e atinge um dado pixel da imagem percorre um caminho, cuja a altura máxima da água ao longo deste caminho é menor ou igual do que a altura máxima de qualquer outro caminho na imagem partindo da fonte para este pixel. Portanto, a transformada de watershed é uma IFT com política FIFO e função de custo de caminho

$$\begin{aligned} f_{peak}(\langle q \rangle) &= h(q), \\ f_{peak}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= \max\{f_{peak}(\pi), I(q)\}, \end{aligned} \tag{1}$$

onde $h(q) \leq I(q)$ (imposição de marcadores), se $q \in S$, e $h(q) = +\infty$ no caso contrário. O custo de um caminho ótimo com término em um platô será seu próprio brilho na imagem original. As bacias sem sementes se transformam em platôs na imagem $\hat{C}$ de custos com valores iguais à altura da água que as encontram. As raízes da floresta serão os pixels sementes, que estarão em mínimos regionais da imagem de custos. Em outras palavras, se calculássemos uma transformada de watershed na imagem de custos usando seus mínimos regionais como sementes, obteríamos o mesmo resultado (i.e. não precisamos de mudanças de homotopia).

Note que as linhas de watershed podem ser obtidas da imagem $\hat{R}$ de raízes. Para obter linhas de watershed com espessura máxima de 2 pixels, classificamos como pertencentes à linha todos os pixels p com raiz $R(p) \neq R(q)$ para algum q vizinho-4 de p. Se atribuirmos um número inteiro $\lambda(q)$, $q \in S$, distinto para cada fonte q, podemos obter linhas com espessura de 1 pixel, basta classificarmos como linha todos os pixels p com $\lambda(R(p)) < \lambda(R(q))$ para algum q vizinho-4 de p.

Podemos gerar uma imagem cinza, onde o brilho das linhas é a menor altura entre as respectivas zonas de influência de suas raízes (esta altura pode ser obtida da árvore de componentes *min-tree*), e o brilho dos demais pixels é zero. A limizarização desta imagem gera uma família de imagens de bordas.

Existem vários possíveis variantes para uma transformada de watershed usando a IFT. Podemos, por exemplo, associar os platôs (ou bacias sem sementes) a última fonte a alcançá-los. Basta usar política LIFO e $h(q) < I(q)$, se $q \in S$, e $h(q) = +\infty$ no caso contrário. Em algumas situações, dispomos de sementes em todos os objetos de $\hat{I}$, mas nenhuma semente de fundo. Nesses casos, se as linhas de watershed caírem no fundo da imagem, elas poderão ser usadas como sementes de fundo para resolver a segmentação com uma segunda transformada de watershed.

A detecção automática de sementes é a tarefa mais complicada. Exemplos comuns são usar como sementes: pixels obtidos por limiarização, mínimos/máximos regionais, e pixels da borda da imagem. Esses mínimos, por exemplo, podem ser calculados com uma IFT de função f_{ini}:

$$
\begin{aligned}
f_{ini}(\langle q \rangle) &= I(q), \text{para todo } q \in D_I, \\
f_{ini}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= \begin{cases} f_{ini}(\pi), & \text{se } I(p) \leq I(q), \\ +\infty, & \text{no caso contrário.} \end{cases}
\end{aligned} \tag{2}
$$

Com a política FIFO, um pixel será raiz da IFT se e somente se ele pertencer a um mínimo regional. Portanto, uma imagem binária dos mínimos regionais pode ser gerada associando 1 a pixels raízes e 0 aos demais. Com a política LIFO, vamos obter exatamente um pixel por mínimo regional. Neste caso, temos uma contagem direta do número de mínimos e a extensão desses mínimos na imagem é obtida podando as árvores com raiz r para escolher os pixels p com $I(p) = I(r)$.

Outros resultados interessantes da transformada de watershed com política FIFO são obtidos com f_{peak} e $h(q) \geq I(q)$ para todo $q \in D_I$. A imagem de custos representará a reconstrução morfológica superior de $\hat{I}$ usando (D_I, h) como imagem marcadora. A imagem $\hat{C}$, por exemplo, pode representar um fechamento por reconstrução, se (D_I, h) for resultado do fechamento morfológico de $\hat{I}$. Note, porém, que regiões da imagem onde $h(q) = I(q)$ não serão dominadas e permanecerão árvores triviais. Portanto, se estivermos interessados na partição obtida na imagem de raízes (transformada de watershed de marcador cinza), então devemos adotar $h(q) > I(q)$ para todo $q \in D_I$.

Agora se $h(q) = I(q) + 1$, as raízes da floresta serão os mínimos regionais de $\hat{I}$.

Em seguida, vamos ver diversas situações onde se aplicam variantes do algoritmo da IFT para calcular transformadas de watershed.

2 Exercícios

1. A implementação de uma IFT com função f_{ini} permite algumas simplificações nos algoritmos. Mostre como ficam os simplificados com políticas FIFO e LIFO, e modificados para gerarem apenas uma imagem binária dos mínimos regionais e calcularem o mínimo

de informação necessária. Verifique se esses mínimos são os mesmos encontrados com a árvore *min-tree*.

2. O que precisa ser feito para que os mínimos regionais já saiam rotulados nos algoritmos da questão anterior, e como gerar máximos regionais?