

# Processamento de Imagens usando Grafos

Prof. Alexandre Xavier Falcão

Segundo semestre de 2004

## 1 Perseguição de bordas

Uma borda de objeto em uma imagem é caracterizada por uma discontinuidade de propriedades da imagem, internas e externas ao objeto em uma vizinhança da borda. Portanto, uma função de custo de caminho para perseguição de bordas deve capturar esta discontinuidade associando **custos baixos** para pixels adjacentes sobre a borda desejada, e custos altos no caso contrário. Dados dois pixels,  $o$  como origem e  $d$  como destino, sobre a borda, o custo do caminho ótimo de  $o$  a  $d$  deve ser um segmento de borda. Na prática, porém, uma borda consiste de vários segmentos ótimos formando um contorno fechado.

Genericamente, podemos considerar  $k$  conjuntos  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , de pixels sementes selecionados sobre uma borda, tais que  $S_1 = S_k$  possui um único pixel e os pixels em  $S_i$ ,  $i = 2, 3, \dots, k - 1$ , pertencem a uma região pequena de incerteza (e.g. uma linha que cruza a borda, uma marca circular sobre a borda). Um segmento ótimo de borda de  $S_i$  para  $S_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k - 1$ , pode ser formado por  $n$  caminhos de custo mínimo que atingem todos os pixels de  $S_{i+1}$ . Neste caso, teríamos um segmento ótimo de **borda *fuzzy***. Para simplificar, vamos considerar apenas um único caminho ótimo 4- ou 8-conexo entre cada par  $S_i$  e  $S_{i+1}$ .

Portanto, uma borda é um **contorno ótimo** que passa pela seqüência de conjuntos  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , de pixels sementes. Isto requer  $k - 1$  IFTs para calcular os caminhos de  $S_i$  a  $S_{i+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k - 1$ .

A **escolha da função de custo** deve levar em conta dois aspectos relevantes:

1. Bordas próximas com o mesmo grau de discontinuidade devem ser evitadas com pré-processamento ou explorando propriedades, tais como a **orientação** da discontinuidade. Por exemplo, custos baixos podem ser atribuídos para arcos de borda no grafo, cujo o lado esquerdo tem brilho menor/maior que o brilho do lado direito.
2. Na ausência de informação de borda, custos altos podem ser atribuídos a alguns arcos da borda, e portanto, a função de custo deve ser **robusta** com relação a estes casos. Por exemplo, a função  $f_{\max}$  **não é adequada**, pois basta um arco com custo máximo para que o conjunto de pixels de destino possa ser atingido por diversos caminhos ótimos, passando por outras regiões da imagem longe da borda.

Esta reflexão nos leva a funções de custo do tipo  $f_{sum}$  com política FIFO, tais como  $f_{ctrack}$  abaixo:

$$\begin{aligned} f_{ctrack}(\langle q \rangle) &= h(q) \\ f_{ctrack}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= f_{ctrack}(\pi) + (K - \max\{G(p, q) \cdot \eta(p, q), 0\}), \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $h(q) = 0$ , se  $q \in S_1$  na primeira iteração, ou  $h(q)$  é o custo final do pixel  $q$  na iteração anterior, se  $q \in S_i$  e  $i > 1$ , ou  $h(q) = +\infty$  no caso contrário, independente da iteração;  $G(p, q)$  é um vetor gradiente estimado no ponto médio do arco  $(p, q)$ ;  $\eta(p, q)$  é o arco  $(p, q)$  rotacionado de 90 graus no sentido anti-horário; e  $K$  é um limite superior para  $|G(p, q) \cdot \eta(p, q)|$ . O vetor  $G(p, q)$  deve ser tal que arcos sobre a borda orientada do objeto possuam valores baixos de custo e os demais arcos fiquem com valores altos de custo.

Note que a cada iteração, o algoritmo pode parar o cálculo da IFT quando o último pixel de  $S_{i+1}$  sai da fila  $Q$ . O contorno final pode ser obtido das respectivas  $k - 1$  imagens de predecessores  $\hat{P}_{k-1}, \dots, \hat{P}_1$ , mas também é possível modificar o algoritmo da IFT para usar um único conjunto de imagens de custos e de predecessores. Antes de iniciar uma iteração  $i$ , os segmentos ótimos que atingiram os conjuntos  $S_j$ ,  $j \leq i$ , nas iterações anteriores são candidatos a fazerem parte do contorno ótimo final. Portanto, estes segmentos devem permanecer com os custos e os predecessores calculados, enquanto os demais pixels da imagem devem ter seus custos reinicializados para  $+\infty$ . Um cuidado especial, porém, deve ser tomado na última iteração  $k - 1$ , pois o pixel em  $S_1$  também deve ter seu custo reinicializado para  $+\infty$  e o algoritmo pára quando ele sai da fila  $Q$ . O contorno ótimo é obtido percorrendo os predecessores deste pixel até encontrá-lo novamente (veja outros variantes na aula 23 do curso MO443).

## 2 Exercício

Escreva um algoritmo para obter um contorno ótimo que passa pelos conjuntos ordenados de pixels sementes  $S_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k - 1$ , onde  $S_1$  tem um único pixel, usando a função  $f_{ctrack}$  acima. Use uma única imagem de predecessores e uma única imagem de custos.

**Algoritmo para perseguição de bordas.**

Entrada: Imagem  $\hat{I} = (D_I, I)$ , sementes  $\{S_1, S_2, \dots, S_{k-1}\}$  sobre a borda do objeto, onde  $S_1$  possui um único pixel  $s_1$ , função de custos  $f_{ctrack}$ , e adjacência-8  $A$ .

Saída: Imagem binária  $\hat{B} = \{D_I, B\}$ , tal que  $B(p) = 1$  se  $p$  pertence à borda, e  $B(p) = 0$  no caso contrário.

Auxiliar: Fila de prioridade  $Q$  com política FIFO, imagem de custos  $\hat{C} = \{D_I, C\}$ , imagem de predecessores  $\hat{P} = \{D_I, P\}$ , e variáveis  $tmp$  e  $n$ .

1. Para todo pixel  $p \in D_I$  faça  $B(p) \leftarrow 0$ .
2. Faça  $C(s_1) \leftarrow 0$  e  $P(s_1) \leftarrow nil$ .
3. Para  $i \leftarrow 1$  até  $i = k - 1$  faça
  4. Se  $i = k - 1$  faça  $C(s_1) \leftarrow \infty$ .
  5. Para toda semente  $s \in S_i$  faça
    6.  $PintaPrefixo(\hat{B}, \hat{P}, s)$  e insira  $s$  em  $Q$ .
  7. Para todo pixel  $p \in D_I$ , tal que  $B(p) = 0$  faça  $C(p) \leftarrow +\infty$  e  $P(p) \leftarrow nil$ .
  8. Faça  $n \leftarrow |S_{i\%(k-1)+1}|$ .
  9. Enquanto  $n > 0$  faça
    10. Remova um pixel  $p$  de  $Q$  cujo custo  $C(p)$  é mínimo.
    11. Se  $p \in S_{i\%(k-1)+1}$ , então  $n \leftarrow n - 1$ .
    12. Para todo  $q \in A(p)$  tal que  $C(p) < C(q)$  faça
      13.  $tmp \leftarrow f_{ctrack}(P^*(p) \cdot \langle p, q \rangle)$ .
      14. Se  $tmp < C(q)$ , então
        15. Se  $C(q) \neq +\infty$ , remova  $q$  de  $Q$ .
        16.  $C(q) \leftarrow tmp$ ,  $P(q) \leftarrow p$ , e insira  $q$  em  $Q$ .
    17. Esvazie  $Q$ .
  18.  $PintaPrefixo(\hat{B}, \hat{P}, s_1)$ .

Obs.  $i\%(k-1)$  significa o resto da divisão inteira de  $i$  por  $k-1$ , e  $|S_i|$  significa a cardinalidade do conjunto  $S_i$ .

**Função**  $PintaPrefixo(\hat{B}, \hat{P}, p)$ :

Entrada: Imagens  $\hat{B} = (D_I, B)$  e  $\hat{P} = (D_I, P)$ , e último pixel  $p$  do prefixo.

Saída: Imagem  $\hat{B} = \{D_I, B\}$  com prefixo pintado.

1. Se  $B(p) = 0$ , então
2.  $B(p) \leftarrow 1$ .
3. Se  $P(p) \neq nil$ , então  $PintaPrefixo(\hat{B}, \hat{P}, P(p))$ .