MO815/MC861 - Análise de Imagem Orientada a um Problema do Mundo Real

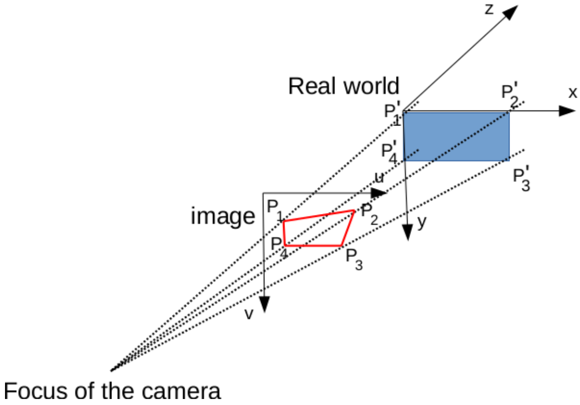
Alexandre Xavier Falcão

Instituto de Computação - UNICAMP

afalcao@ic.unicamp.br

Calibração de Câmera

Considere o sistema de coordenadas abaixo, onde o objeto (placa) no mundo real é representado pelos pontos P'_i, $i = 1, 2, 3, 4$, os quais aparecem na imagem como pontos P_i, $i = 1, 2, 3, 4$, respectivamente.



Desejamos descobrir a matriz T que aplicada aos pontos $P_i = [x_i \; y_i \; z_i \; 1]^t$ corrige a imagem do objeto, gerando inicialmente os pontos $P''_i = [b_{1i} \; b_{2i} \; b_{3i} \; b_{4i}]^t$, de modo que na nova imagem, $P'_i = (x'_i, y'_i)$, $z'_i = 0$, é tal que $x'_i = b_{1i}/b_{4i}$ e $y'_i = b_{2i}/b_{4i}$.

$$
\begin{aligned}
TP_i &= P''_i, i = 1, 2, 3, 4, \\
T &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Como não conhecemos z_i, $i = 1, 2, 3, 4$, então vamos eliminar a linha e a coluna correspondentes da matriz T.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{1i} \\ b_{2i} \\ b_{4i} \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo as equações, temos que:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_i + a_{12}y_i + a_{14} &= b_{1i} \\
a_{21}x_i + a_{22}y_i + a_{24} &= b_{2i} \\
a_{41}x_i + a_{42}y_i + 1 &= b_{4i}
\end{aligned}
$$

Sabendo que $x'_i = b_{1i}/b_{4i}$ e $y'_i = b_{2i}/b_{4i}$, temos que:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_i + a_{12}y_i + a_{14} &= x'_i b_{4i} \\
a_{21}x_i + a_{22}y_i + a_{24} &= y'_i b_{4i} \\
a_{41}x_i + a_{42}y_i + 1 &= b_{4i}
\end{aligned}
$$

Substituindo os termos:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_i + a_{12}y_i + a_{14} - x_i'x_i a_{41} - x_i'y_i a_{42} &= x_i' \\
a_{21}x_i + a_{22}y_i + a_{24} - y_i'x_i a_{41} - y_i'y_i a_{42} &= y_i'
\end{aligned}
$$

e agora repetindo essas equações para cada $i = 1, 2, 3, 4$.

$$
\begin{bmatrix}
x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1'x_1 & -x_1'y_1 \\
0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y_1'x_1 & -y_1'y_1 \\
x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2'x_2 & -x_2'y_2 \\
0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -y_2'x_2 & -y_2'y_2 \\
x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3'x_3 & -x_3'y_3 \\
0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -y_3'x_3 & -y_3'y_3 \\
x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4'x_4 & -x_4'y_4 \\
0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -y_4'x_4 & -y_4'y_4
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
a_{11} \\ a_{12} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{24} \\ a_{41} \\ a_{42}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
x_1' \\ y_1' \\ x_2' \\ y_2' \\ x_3' \\ y_3' \\ x_4' \\ y_4'
\end{bmatrix}
$$

Os coeficientes são então encontrados pelo cômputo

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{14} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{24} \\ a_{41} \\ a_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_1'x_1 & -x_1'y_1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 & -y_1'x_1 & -y_1'y_1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_2'x_2 & -x_2'y_2 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 & -y_2'x_2 & -y_2'y_2 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_3'x_3 & -x_3'y_3 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 & -y_3'x_3 & -y_3'y_3 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_4'x_4 & -x_4'y_4 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 & -y_4'x_4 & -y_4'y_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_1' \\ y_1' \\ x_2' \\ y_2' \\ x_3' \\ y_3' \\ x_4' \\ y_4' \end{bmatrix}$$

Lembre-se, porém, que ao calcular

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

para um dado ponto (x, y) da imagem, o ponto na imagem nova será (x', y'), $x' = b_1/b_4$ e $y' = b_2/b_4$.

De maneira análoga, para evitar "buracos" na nova imagem, fazemos

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_4 \end{bmatrix}$$

para um dado ponto (x', y') da imagem nova, o ponto na imagem deformada será (x, y), $x = c_1/c_4$ e $y = c_2/c_4$.