

# Rotulação Contornos e Componentes Conexos

Alexandre Xavier Falcão

Instituto de Computação - UNICAMP

afalcao@ic.unicamp.br

- Até o momento vimos operadores de imagem locais e baseados em relações de adjacência. A partir desta aula vamos abordar uma terceira categoria, a dos operadores baseados em **relações de conexidade**.

- Até o momento vimos operadores de imagem locais e baseados em relações de adjacência. A partir desta aula vamos abordar uma terceira categoria, a dos operadores baseados em **relações de conexidade**.
- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem, resultante de uma segmentação binária, tal que  $I(p) \in \{0, 1\}$  para todo  $p \in D_I$  (2D ou 3D), estamos interessados rotular seus **componentes conexos**.

- Até o momento vimos operadores de imagem locais e baseados em relações de adjacência. A partir desta aula vamos abordar uma terceira categoria, a dos operadores baseados em **relações de conexidade**.
- Seja  $\hat{I} = (D_I, I)$  uma imagem, resultante de uma segmentação binária, tal que  $I(p) \in \{0, 1\}$  para todo  $p \in D_I$  (2D ou 3D), estamos interessados rotular seus **componentes conexos**.
- Seja  $\hat{L} = (D_L, L)$  uma imagem de componentes rotulados (caso 2D apenas), resultante de uma segmentação n-ária, estamos interessados em rotular **seus contornos**.

- Para uma dada relação de adjacência  $\mathcal{A}$ , um spel  $q \in D_I$  é dito **conexo** a um spel  $p \in D_I$ , se existe uma sequência de spels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ , onde  $p_1 = p$ ,  $p_n = q$ , e  $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$ .

- Para uma dada relação de adjacência  $\mathcal{A}$ , um spel  $q \in D_I$  é dito **conexo** a um spel  $p \in D_I$ , se existe uma sequência de spels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ , onde  $p_1 = p$ ,  $p_n = q$ , e  $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$ .
- Um **componente conexo** é um conjunto  $\mathcal{C} \subset D_I$  de spels onde todo par  $(p, q)$ ,  $p \in \mathcal{C}$  e  $q \in \mathcal{C}$ , é conexo.

- Para uma dada relação de adjacência  $\mathcal{A}$ , um spel  $q \in D_I$  é dito **conexo** a um spel  $p \in D_I$ , se existe uma sequência de spels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$ , onde  $p_1 = p$ ,  $p_n = q$ , e  $(p_i, p_{i+1}) \in \mathcal{A}$ .
- Um **componente conexo** é um conjunto  $\mathcal{C} \subset D_I$  de spels onde todo par  $(p, q)$ ,  $p \in \mathcal{C}$  e  $q \in \mathcal{C}$ , é conexo.
- Dada a definição de componente conexo, vamos considerar apenas relações de adjacência **irreflexivas e simétricas**.

# Relações de conectividade

Considere o exemplo abaixo de uma imagem 2D e responda:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Considere o exemplo abaixo de uma imagem 2D e responda:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq 1$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?

Considere o exemplo abaixo de uma imagem 2D e responda:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq 1$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq \sqrt{2}$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?

Considere o exemplo abaixo de uma imagem 2D e responda:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq 1$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq \sqrt{2}$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $y_p = y_q$ ,  $|x_q - x_p| \leq 3$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?

Considere o exemplo abaixo de uma imagem 2D e responda:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq 1$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq \sqrt{2}$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $y_p = y_q$ ,  $|x_q - x_p| \leq 3$  e  $I(p) = I(q) = 1$ , quantos componentes conexos tem a imagem?
- Para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq \sqrt{2}$ , quantos componentes conexos tem a imagem?

# Relações de conectividade

Considere agora o problema de associar uma cor para cada componente conexo de uma imagem.

Hello! This is a test  
to separate letters,  
words, and lines.

Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$  (letras) e raio 5 (palavras), e com adjacência retangular de tamanho  $30 \times 5$  pixels (linhas).

# Relações de conectividade

Considere agora o problema de associar uma cor para cada componente conexo de uma imagem.

```
Hello! This is a test  
to separate letters,  
words, and lines.
```

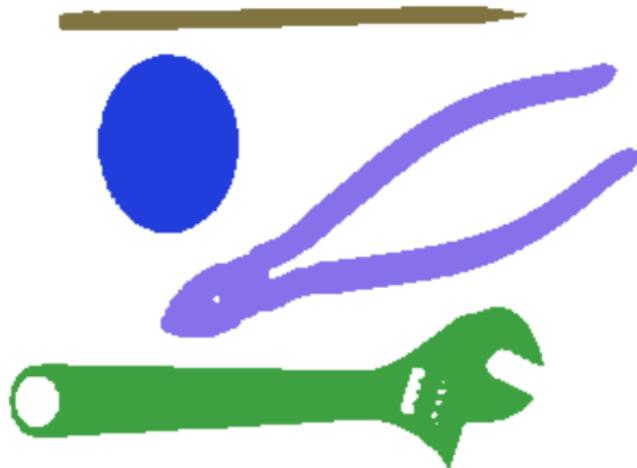
Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$  (letras) e raio 5 (palavras), e com adjacência retangular de tamanho  $30 \times 5$  pixels (linhas).

Considere agora o problema de associar uma cor para cada componente conexo de uma imagem.

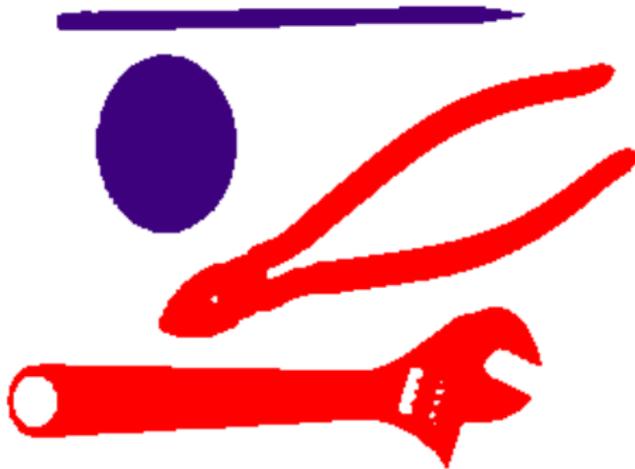
Hello! This is a test  
to separate letters,  
words, and lines.

Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$  (letras) e raio 5 (palavras), e com adjacência retangular de tamanho  $30 \times 5$  pixels (linhas).

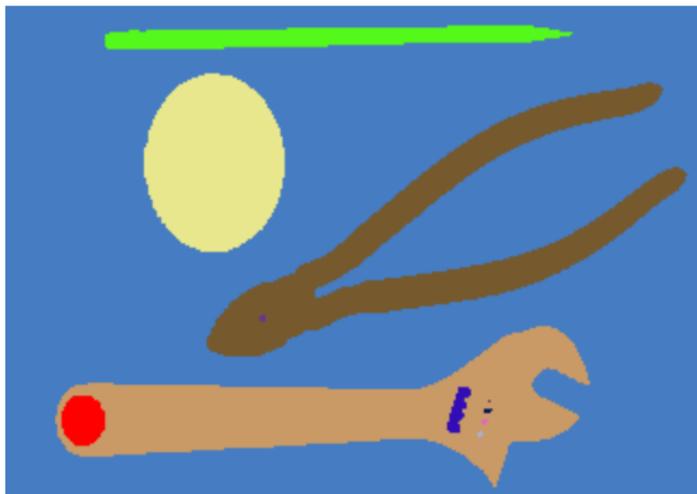
# Relações de conexão



Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$ , raio 15, e raio  $\sqrt{2}$  incluindo os pixels 0's.



Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$ , raio 15, e raio  $\sqrt{2}$  incluindo os pixels 0's.



Rotulação dos pixels 1's com adjacência circular de raio  $\sqrt{2}$ , raio 15, e raio  $\sqrt{2}$  incluindo os pixels 0's.

- Considere o problema de associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, n_c$  a cada componente conexo **de mesmo brilho** em uma imagem binária  $\hat{I} = (D_I, I)$  com  $n_c$  componentes de acordo com uma relação de adjacência  $\mathcal{A}$ .

# Rotulação de componentes conexos

- Considere o problema de associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, n_c$  a cada componente conexo **de mesmo brilho** em uma imagem binária  $\hat{I} = (D_I, I)$  com  $n_c$  componentes de acordo com uma relação de adjacência  $\mathcal{A}$ .
- Para qualquer pixel  $p \in D_I$  ainda não rotulado ( $L(p) = 0$ ), associamos um rótulo novo ( $L(p) \leftarrow l$ ) e **propagamos** este rótulo a todos pixels  $q$  **conexos** a  $p$  usando **busca em largura** (uma fila FIFO - *First-In-First-Out*).

# Rotulação de componentes conexos

- Entrada: Imagem  $\hat{I} = (D_I, I)$  e relação  $\mathcal{A}$ .
  - Saída: Imagem rotulada  $\hat{L} = (D_I, L)$ , onde  $L(p) = 0$  inicialmente.
  - Auxiliares: FIFO  $Q$  e variável inteira  $l = 1$ .
- 1 Para todo pixel  $p \in D_I$ , tal que  $L(p) = 0$ , faça
  - 2      $L(p) \leftarrow l$  e insira  $p$  em  $Q$ .
  - 3     Enquanto  $Q \neq \emptyset$  faça
  - 4         Remova  $p$  de  $Q$ .
  - 5         Para todo  $q \in \mathcal{A}(p)$ ,  $L(q) = 0$  e  $I(p) = I(q)$ , faça
  - 6              $L(q) \leftarrow L(p)$  e insira  $q$  em  $Q$ .
  - 7      $l \leftarrow l + 1$ .

# Rotulação de componentes conexos

No exemplo abaixo, o resultado para  $q \in \mathcal{A}(p)$  se  $\|q - p\| \leq 1$  e  $I(p) = I(q)$ ,

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 1 | 1 | 1 | 5 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 5 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 7 | 7 | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 1 | 1 | 1 |

Original (esquerda) e rotulada (direita).

A **borda** de um componente conexo  $\mathcal{C} \subset D_I$  é o conjunto de spels  $\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$  tal que para todo  $p \in \mathcal{B}$  existe um adjacente  $q \notin \mathcal{C}$  (adjacente-4 em 2D e adjacente-6 em 3D).

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>c</i> | <i>c</i> | <i>c</i> | <i>c</i> |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | <i>a</i> | <i>a</i> | <i>b</i> | 2        | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | 3        | <i>c</i> |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | <i>a</i> | <i>a</i> | <i>b</i> | 2        | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | 3        | <i>c</i> |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | <i>a</i> | <i>a</i> | <i>b</i> | 2        | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | 3        | <i>c</i> |
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | <i>a</i> | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>c</i> | <i>c</i> |

Os pixels rotulados *a*, *b*, e *c* na imagem à direita são as bordas dos componentes 1, 2, e 3 da imagem à esquerda.

Um **contorno**  $\pi$  (caso 2D apenas) é uma sequência de pixels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  tal que  $p_i \in \mathcal{B}$  e  $(p_i, p_{(i\%n)+1}) \in \mathcal{A}_8$  (adjacentes-8),  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Um **contorno**  $\pi$  (caso 2D apenas) é uma sequência de pixels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  tal que  $p_i \in \mathcal{B}$  e  $(p_i, p_{(i \% n) + 1}) \in \mathcal{A}_8$  (adjacentes-8),  $i = 1, 2, \dots, n$ .

- Isto é, um contorno é uma curva fechada, conexa, e orientada (curva de Jordan).

Um **contorno**  $\pi$  (caso 2D apenas) é uma sequência de pixels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  tal que  $p_i \in \mathcal{B}$  e  $(p_i, p_{(i \% n) + 1}) \in \mathcal{A}_8$  (adjacentes-8),  $i = 1, 2, \dots, n$ .

- Isto é, um contorno é uma curva fechada, conexa, e orientada (curva de Jordan).
- Estamos interessados em associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, n$  a cada pixel de um contorno com  $n$  pixels bem como associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, m_c$ ,  $m_c \geq n_c$ , a cada contorno de uma imagem com  $n_c$  componentes (o algoritmo é praticamente o mesmo).

Um **contorno**  $\pi$  (caso 2D apenas) é uma sequência de pixels distintos  $\langle p_1, p_2, \dots, p_n \rangle$  tal que  $p_i \in \mathcal{B}$  e  $(p_i, p_{(i \% n) + 1}) \in \mathcal{A}_8$  (adjacentes-8),  $i = 1, 2, \dots, n$ .

- Isto é, um contorno é uma curva fechada, conexa, e orientada (curva de Jordan).
- Estamos interessados em associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, n$  a cada pixel de um contorno com  $n$  pixels bem como associar um rótulo  $l = 1, 2, \dots, m_c$ ,  $m_c \geq n_c$ , a cada contorno de uma imagem com  $n_c$  componentes (o algoritmo é praticamente o mesmo).
- Note que um componente pode produzir múltiplos contornos, caso tenha buracos.

# Rotulação de contornos

As bordas, porém, podem apresentar características indesejáveis para os algoritmos de rotulação de contornos.

(a) Linha

```
11 1111
  11
```

(b) Contorno com ramos

```
  1
  1
 111
111 111111
  111
```

(c) Contorno com pixel de estrangulamento

```
    11
 111 1 1
  1 1 1
    11 111
```

As bordas, porém, podem apresentar características indesejáveis para os algoritmos de rotulação de contornos.

(d) Dois contornos que se tocam

```
  111  11
  1   11  1
 1111  11
```

(e) Contorno que toca o lado oposto

```
  111  111
  1   11  1
  1   11  1
 111  111
```

- No caso (a), o componente é muito fino e todos os seus pixels são considerados borda (i.e. o componente é um **esqueleto**), sem distinção entre interior e borda.

- No caso (a), o componente é muito fino e todos os seus pixels são considerados borda (i.e. o componente é um **esqueleto**), sem distinção entre interior e borda.
- O caso (b) contém ramos que impossibilitam a enumeração sequencial de pixels de contorno.

- No caso (a), o componente é muito fino e todos os seus pixels são considerados borda (i.e. o componente é um **esqueleto**), sem distinção entre interior e borda.
- O caso (b) contém ramos que impossibilitam a enumeração sequencial de pixels de contorno.
- Os casos (c-e) geram ambiguidades se a entrada for uma imagem binária, pois não sabemos quando temos um contorno ou dois contornos que se tocam.

- Desejamos, portanto, um algoritmo que ignore os esqueletos (ou dilate os componentes) e os ramos, e

# Rotulação de contornos

- Desejamos, portanto, um algoritmo que ignore os esqueletos (ou dilate os componentes) e os ramos, e
- resolva as ambiguidades dos casos (c-e).

# Rotulação de contornos

- Desejamos, portanto, um algoritmo que ignore os esqueletos (ou dilate os componentes) e os ramos, e
- resolva as ambiguidades dos casos (c-e).
- Portanto, devemos evitar segmentos de contorno entre pixels adjacentes-8 que passem **por dentro e por fora** do componente. Isto é, para cada  $(p, q) \in \mathcal{A}_8$  temos os conceitos de pixel  $e(p, q)$  à esquerda e pixel  $d(p, q)$  à direita do segmento.

|    |    |
|----|----|
| e  | eq |
| pq | pd |
| d  |    |

Dada uma imagem  $\hat{L}_1 = (D_I, L_1)$ .

- $C_1$  Evitamos segmentos  $(p, q)$  que passam por dentro ou por fora dos componentes (i.e., evitamos  $L_1(d(p, q)) = L_1(e(p, q))$  ou  $L_1(d(p, q)) \neq L_1(e(p, q))$  sendo ambos diferentes de  $L_1(p)$ ).

Dada uma imagem  $\hat{L}_1 = (D_I, L_1)$ .

- $C_1$  Evitamos segmentos  $(p, q)$  que passam por dentro ou por fora dos componentes (i.e., evitamos  $L_1(d(p, q)) = L_1(e(p, q))$  ou  $L_1(d(p, q)) \neq L_1(e(p, q))$  sendo ambos diferentes de  $L_1(p)$ ).
- $C_2$  Adotamos  $\mathcal{A}_8$  com pixels ordenados no sentido horário (ou anti-horário) em relação à origem.

Dada uma imagem  $\hat{L}_1 = (D_I, L_1)$ .

- $C_1$  Evitamos segmentos  $(p, q)$  que passam por dentro ou por fora dos componentes (i.e., evitamos  $L_1(d(p, q)) = L_1(e(p, q))$  ou  $L_1(d(p, q)) \neq L_1(e(p, q))$  sendo ambos diferentes de  $L_1(p)$ ).
- $C_2$  Adotamos  $\mathcal{A}_8$  com pixels ordenados no sentido horário (ou anti-horário) em relação à origem.
- $C_3$  Rotulamos cada contorno no sentido horário ( $\mathcal{A}_8$  anti-horário), aceitando  $d(p, q) \notin D_I$ , desde que  $e(p, q) \in D_I$  e  $L_1(e(p, q)) = L_1(p)$ .

- A rotulação é uma **busca em profundidade** (pilha ou fila LIFO - *Last-In-First-Out*) em cada borda  $\mathcal{B}$ , iniciada em um pixel  $p_1$  com ao menos um segmento satisfazendo as condições acima.

- A rotulação é uma **busca em profundidade** (pilha ou fila LIFO - *Last-In-First-Out*) em cada borda  $\mathcal{B}$ , iniciada em um pixel  $p_1$  com ao menos um segmento satisfazendo as condições acima.
- A busca gera um mapa de predecessores  $P$  tal que  $P(p_1) = nil$  e  $P(p_i) = p_{i-1}$  para  $i > 1$ . Os rótulos são atribuídos do final para o início de  $\pi$ .

Nos exemplos acima, temos a seguinte rotulação de pixels.

(a) Linha

```
00 0000
   00
```

(b) Contorno com ramos

```
0
0
812
007 300000
654
```

Nos exemplos acima, temos a seguinte rotulação de pixels.

(c) Contorno com pixel de estrangulamento

```
      91
    000 8 2
     0 7 3
      00 654
```

(d) Dois contornos que se tocam

```
      912 61
     8 35 2
    7654 43
```

(e) Contorno que toca o lado oposto

```
      20 1 2      5 6 7
    19      3 4      8
    18      14 13      9
      17 16 15      12 11 10
```

Para o algoritmo, adotaremos:

- Entrada: Imagem de componentes rotulados  $\hat{L}_1 = (D_I, L_1)$  e imagem de bordas  $\hat{B} = (D_I, B)$  tal que  $B(p) = L_1(p)$  se  $p$  for borda, ou  $B(p) = 0$  no caso contrário.
- Saída: Imagem de pixels de contorno rotulados  $\hat{L}_2 = (D_I, L_2)$ .
- Auxiliares: Fila LIFO  $Q$ , variável  $I$ , mapas de cores  $C$  e predecessores  $P$ , inicializados com  $C(s) = \text{branco}$  e  $L_2(s) = 0$  para todo  $s \in D_I$ .

# Rotulação de contorno

- 1 Para todo  $s \in D_I$ , tal que  $B(s) \neq 0$  e  $C(s) = \textit{branco}$ , faça
- 2     Se existe  $q \in A_8(s)$ ,  $B(q) = L_1(s)$ ,  $(s, q) \in C_1 \cap C_3$ ,
- 3         Faça  $C(s) \leftarrow \textit{cinza}$ ,  $P(s) \leftarrow \textit{nil}$ , e insira  $s$  em  $Q$ .
- 4     Enquanto  $Q \neq \emptyset$ , faça
- 5         Remova  $p$  de  $Q$  e faça  $C(p) \leftarrow \textit{preto}$ .
- 6         Para todo  $q \in A_8(p)$ , faça
- 7             Se  $q = s$  e  $P(p) \neq s$ , vá para a linha 12.
- 8             Se  $B(q) = L_1(s)$ ,  $C(q) \neq \textit{preto}$  e  $(p, q) \in C_1 \cap C_3$ ,
- 9                 Faça  $P(q) \leftarrow p$ .
- 10                 Se  $C(q) = \textit{branco}$ , insira  $q$  em  $Q$  e
- 11                      $C(q) \leftarrow \textit{cinza}$ .
- 12             Faça  $l \leftarrow 1$  e esvazie  $Q$ .
- 13         Enquanto  $p \neq \textit{nil}$ ,  $L_2(p) \leftarrow l$ ,  $p \leftarrow P(p)$  e  $l \leftarrow l + 1$ .