Introdução ao Processamento de Imagem Digital (MO443/MC920)

Prof. Alexandre Xavier Falcão

Segundo semestre de 2003

1 Filtragem no Espaço

Considere um sinal discreto e limitado $I(x)$, $x = 0, 1, \ldots, M_1 - 1$, com amostras espaçadas de Δ_x; e um mapeamento escalar e limitado $J(x)$, $x = 0, 1, \ldots, M_2 - 1$ (denominado kernel, máscara ou template). A filtragem linear de $I(x)$ por $J(x)$ pode ser calculada pela convolução discreta

$$H(x) = I(x) * J(x) = \sum_{x'=0}^{M-1} I(x')J(x - x'), \tag{1}$$

onde $x = 0, 1, \ldots, M-1$ e $M = M_1+M_2-1$, porque $H(x)$ é zero fora do intervalo $x \in [0, M-1]$. No caso de imagens, porém, a origem da máscara está normalmente no seu centro $(\frac{M_2}{2}, \frac{N_2}{2})$ e a imagem está deslocada de $(\frac{M_2}{2}, \frac{N_2}{2})$ para direita e para baixo com relação à origem da imagem resultante.

$$H(x, y) = \sum_{y'=0}^{N-1}\sum_{x'=0}^{M-1} I(x' - \frac{M_2}{2}, y' - \frac{N_2}{2})J(x - x' - \frac{M_2}{2}, y - y' - \frac{N_2}{2}), \tag{2}$$

onde $\hat{I} = (D_I, I)$, $|D_I| = N_1 \times M_1$, $\hat{J} = (D_J, J)$, $|D_J| = N_2 \times M_2$, $M = M_1 + M_2 - 1$, $N = N_1 + N_2 - 1$, e $\hat{H} = (D_H, H)$, $|D_H| = N \times M$.

Algoritmo para filtragem de imagens por convolução discreta:

Entrada: Imagem cinza $\hat{I} = (D_I, I)$, $D_I = \{(\frac{M_2}{2}, \frac{N_2}{2}), (\frac{M_2}{2} + 1, \frac{N_2}{2}), \ldots, (\frac{M_2}{2} + M_1 - 1, \frac{N_2}{2} + N_1 - 1)\}$ e máscara $\hat{J} = (D_J, J)$, $D_J = \{(-\frac{M_2}{2}, -\frac{N_2}{2}), \ldots, (0, 0), \ldots, (\frac{M_2}{2}, \frac{N_2}{2})\}$.
Saída: Imagem cinza $\hat{H} = (D_H, H)$, tal que $H(x, y) = I(x - \frac{M_2}{2}, y - \frac{N_2}{2}) * J(x + \frac{M_2}{2}, y + \frac{N_2}{2})$, $D_H = \{(0, 0), (0, 1), \ldots, (M - 1, N - 1)\}$, $M = M_1 + M_2 - 1$ e $N = N_1 + N_2 - 1$.

1. Calcule a reflexão $\hat{J}' = (D'_J, J')$ mapeando todo $(x, y) \in D_J$ para $(-x, -y) \in D'_J$ e $J'(-x, -y) \leftarrow J(x, y)$.

2. Calcule a relação de adjacência A, tal que $q \in A(p)$ se $q - p \in D'_J$.
3. Para todo pixel $p \in D_H$, faça
4. $\quad H(p) \leftarrow 0$.
5. $\quad$ Para todo pixel $q \in A(p)$, tal que $q \in D_I$, faça
6. $\qquad H(p) \leftarrow H(p) + I(q) * J'(q - p)$.

Note que o algoritmo acima funciona também para relações de adjacência assimétricas.

Melhoramentos na imagem podem ser realizados através de diferentes kernels e de diferentes tamanhos. Alguns exemplos são apresentados a seguir.

1.1 Suavização

Filtros de suavização (blurring) reduzem ruído de alta freqüência, mas borram as bordas da imagem.

- Filtro Média

$$\begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} \tag{3}$$

- Filtro Gaussiano

$$\frac{1}{16} * \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

1.2 Realce

Filtros de realce aumentam o contraste nas bordas da imagem, mas podem amplificar o ruído.

- Gradiente de Sobel

$$S_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad S_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

As máscaras S_x e S_y realçam bordas nas direções x e y, respectivamente, tal que S_x é usado para realçar bordas verticais e S_y para bordas horizontais. $I(x,y) * S_x(x,y)$ corresponde à derivada dI/dx e $I(x,y) * S_y(x,y)$ à dI/dy formando um vetor gradiente $\vec{G}(p) = dI(p)/dx \cdot \vec{i} + dI(p)/dy \cdot \vec{j}$ que indica a direção e o sentido de maior variação de brilho em torno de p. A magnitude $|\vec{G}(p)|$ do vetor gradiente é muito usada em segmentação.

- Gradiente de Roberts

  O gradiente de Roberts realça bordas nas direções diagonais ($45°$ e $-45°$), considerando pares de pixels em torno de $(x+1/2, y+1/2)$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

- Outros filtros direcionais
  - Norte

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

  - Nordeste

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

  - Leste

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

  - Sudeste

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

  - Sul

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

  - Sudoeste

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

– Oeste

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

– Noroeste

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

- Filtros Laplacianos

  Filtros laplacianos são não-direcionais e correspondem à derivada de segunda ordem $d^2I/dx^2 + d^2I/dy^2$.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

- Sharpness

  Esses filtros realçam detalhes finos combinando o realce de bordas com a imagem original.

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

  Outros exemplos são:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 17 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

1.3 Filtragem não-linear

- Filtro Mediana

  Considerando uma adjacência $A(p)$ em torno de cada pixel $p \in D_I$, ordena-se os pixels q adjacentes a p pelo valor crescente de $I(q)$, selecionando o pixel q' de valor $I(q')$ mediano e gerando uma nova imagem $\hat{J} = (D_I, J)$, onde $J(p) = I(q')$. Esta operação elimina ruídos do tipo speckle.

- Filtro Moda

  Considerando uma adjacência $A(p)$ em torno de cada pixel $p \in D_I$, calcula-se o histograma dos valores dos pixels q adjacentes a p, selecionando o valor $moda$ (valor $moda = I(q)$ de maior ocorrência) e gerando uma nova imagem $\hat{J} = (D_I, J)$, onde $J(p) = moda$. Esta operação é muito usada para eliminar pequenas regiões classificadas erroneamente em imagens rotuladas (e.g. mapas temáticos).

Outros exemplos são filtros morfológicos que veremos mais adiante.

No caso de imagens coloridas, a filtragem espacial pode ser aplicada em cada componente isoladamente. O valor máximo da magnitude do gradiente em cada componente gera, por exemplo, uma imagem de gradiente boa para segmentação.

2 Exercícios

1. Considere uma imagem 3×3 cujos valores dos pixels são $1, 2, 2, 3, 0, 1, 2, 2, 3$. Qual é o resultado da convolução discreta entre esta imagem e as máscaras de Roberts? Mostre a imagem de magnitude do vetor gradiente?

2. Considere a imagem de um quadrado branco (brilho 255) centrado no meio da imagem de fundo preto (brilho 0). Qual são os valores resultantes da convolução desta imagem com as máscaras de Sobel S_x e S_y em cada vértice do quadrado, em cada aresta do quadrado, e no interior do quadrado?

3. Escolha um filtro de suavização e um de realce, calcule a convolução discreta entre eles e interprete o resultado.

4. Qual é o resultado de uma filtragem mediana 3×3 aplicada à imagem da questão 1?

5. Implemente uma função para calcular filtragem mediana dada uma adjacência A.