Introdução ao Processamento de Imagem Digital (MO443/MC920)

Prof. Alexandre Xavier Falcão

Segundo semestre de 2003

1 Algumas aplicações da IFT

Diversos operadores de imagem podem ser reduzidos a simples escolha de parâmetros da IFT e uma operação local sobre a imagem anotada. Neste curso vamos abordar apenas os operadores relacionados com filtragem e segmentação de imagens: mínimos regionais, transformada de watershed, reconstrução morfológica, e perseguição de bordas.

1.1 Mínimos regionais

Os mínimos regionais de uma imagem $\hat{I} = (D_I, I)$ podem ser calculados diretamente do mapa L de raízes, com a função f_{ini} descrita abaixo.

$$\begin{aligned} f_{ini}(\langle q \rangle) &= I(q), \text{para todo } q \in D_I, \\ f_{ini}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= \begin{cases} f_{ini}(\pi), & \text{se } I(p) \leq I(q), \\ +\infty, & \text{no caso contrário.} \end{cases} \end{aligned} \tag{1}$$

Os mínimos regionais podem ser usados como sementes da IFT em algumas tarefas de segmentação. Com a política de desempate FIFO, um pixel será raiz da IFT se e somente se ele pertencer a um mínimo regional. Portanto, uma imagem binária dos mínimos regionais pode ser gerada associando 1 a pixels raízes e 0 aos demais. Com a política LIFO, vamos obter exatamente um pixel por mínimo regional. Neste caso, temos uma contagem direta do número de mínimos e a extensão desses mínimos na imagem é obtida podando as árvores com raíz r para escolher os pixels p com $I(p) = I(r)$.

1.2 Transformada de watershed

Considere uma imagem $\hat{I} = (D_I, I)$ onde $I(p)$ é a altitude dos pixels. A transformada clássica de watershed simula a inundação desta superfície por fontes de água colocadas uma em cada mínimo regional; e uma barreira (linhas de watershed) sendo erguida toda vez que águas provenientes de fontes distintas se encontram, impedindo assim que elas se misturem. Essas linhas podem ser obtidas direto do mapa L de raízes (bacias), usando a função f_{peak} (caso particular de $f_{\max}$) com $h(q) = I(q) + 1$ para todo pixel $q \in D_I$ e $w(p, q) = I(q)$.

$$\begin{aligned} f_{peak}(\langle q \rangle) &= h(q), \\ f_{peak}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= \max\{f_{peak}(\pi), I(q)\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Para obter linhas de watershed com espessura máxima de 2 pixels, classificamos como pertencentes à linha todos os pixels p com raíz $L(p) \neq L(q)$ para algum q vizinho-4 de p. Se atribuirmos um número inteiro distinto para cada mínimo, podemos obter linhas com espessura de 1 pixel, basta classificarmos como linha todos os pixels p com raíz $L(p) < L(q)$ para algum q vizinho-4 de p.

Com a política FIFO, todas as raízes da floresta serão mínimos regionais de $\hat{I}$, e obteremos um pixel por mínimo regional de $\hat{I}$ com a política LIFO. Note que a partição L reflete as zonas de influência desses mínimos. Se desejarmos uma divisão o mais igualitária quanto possível de platôs do mapa C de custo alcançados por mais que um mínimo regional, então a política FIFO é a melhor opção. Este normalmente é o caso em segmentação por transformada de watershed como veremos mais adiante neste curso. Por outro lado, a posição da barreira no platô fica melhor definida com a política LIFO, que atribuirá o platô inteiro para o último mínimo a alcançá-lo.

Como o número de mínimos regionais é normalmente muito elevado, o mapa de raízes fica supersegmentado. Uma forma de resolver a supersegmentação é o uso de um conjunto S de marcadores (sementes) em um número bem menor que o de mínimos, de maneira que as raízes da floresta serão esses marcadores. Neste caso, a transformada de watershed com imposição de marcadores é obtida com função f_{peak} para $h(q) < I(q)$, se $q \in S$, e $h(q) = +\infty$ no caso contrário. Observe que apenas na política FIFO, podemos ter imposição de marcadores com $h(q) \leq I(q)$, se $q \in S$, e $h(q) = +\infty$ no caso contrário.

1.3 Reconstrução morfológica

Observe que o mapa C de custos da transformada clássica de watershed equivale ao resultado da reconstrução superior de $\hat{I}$ a partir de uma imagem marcadora $\hat{h} = (D_I, h)$. Na verdade, este resultado é estendido para qualquer imagem marcadora $\hat{h} > \hat{I}$ (i.e. $h(q) > I(q)$ para todo $q \in D_I$), inclusive com pixels sementes (i.e. $h(q) > I(q)$ para $q \in S$ e $h(q) = +\infty$ no caso contrário). No último caso, porém,não existe imposição de marcadores. Isto é, algumas sementes podem ser dominadas por outras e não resultarem em raízes da floresta. O mapa de raízes também equivale às bacias da transformada de watershed da imagem de custos $\hat{C} = (D_I, C)$ com fontes colocadas nas raízes da floresta. Este é um resultado importante que relaciona transformada de watershed com reconstrução morfológica.

Um variante interessante é a reconstrução superior local, a qual inunda uma ou mais bacias selecionadas por um conjunto S de pixels sementes com função f_{lrec}, com $h(q) > I(q)$.

$$\begin{aligned} f_{lrec}(\langle q \rangle) &= h(q), \text{ se } q \in S, \text{ e } +\infty \text{ no caso contrário}, \\ f_{lrec}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) &= \begin{cases} f_{lrec}(\pi), & \text{se } f_{lrec}(\pi) > I(q), \\ +\infty, & \text{no caso contrário.} \end{cases} \end{aligned} \tag{3}$$

Note que a reconstrução só é aplicada nas bacias selecionadas. O restante dos pixels em C ficam com custo infinito. Se o objetivo for rotular apenas as bacias selecionadas, o resultado é obtido diretamente de L, mas se o objetivo for gerar uma imagem com menos bacias do que a original, então podemos gerar uma imagem $\hat{J} = (D_I, J)$, onde $J(p) = I(p)$, se $C(p) = +\infty$, e $J(p) = C(p)$, no caso contrário. Esta última operação é usada, por exemplo, para implementar o fechamento por área (*area closing*).

1.4 Perseguição de bordas

Considere o problema de perseguir a borda de um objeto em uma imagem $\hat{I} = (D_I, I)$ de uma marca inicial M_i a uma marca final M_f, onde essas marcas são conjuntos de pixels que cruzam a borda. Na literatura de processamento de imagens, as abordagens para resolver este problema usam busca heurística em grafos e programação dinâmica. A solução via IFT adota como conjunto de sementes $S = M_i$, vizinhança-4 (ou 8) e uma função de custo de caminho f_{ctrack} (caso particular de f_{sum}) dada abaixo.

$$f_{ctrack}(\langle q \rangle) = \begin{cases} 0, & \text{se } q \in S, \\ +\infty, & \text{no caso contrário.} \end{cases} \quad (4)$$

$$f_{ctrack}(\pi \cdot \langle p, q \rangle) = f_{ctrack}(\pi) + (K - \max\{G(p,q) \cdot \eta(p,q), 0\}), \quad (5)$$

onde $G(p,q)$ é um vetor gradiente estimado no ponto médio do arco (p,q); $\eta(p,q)$ é o arco (p,q) rotacionado de 90 graus no sentido anti-horário; e K é um limite superior para $|G(p,q) \cdot \eta(p,q)|$. Observe que esta formulação leva em conta uma orientação para a borda, assumindo que o objeto é mais escuro dentro do que fora, por exemplo. Isto evita bordas com propriedades similares, mas orientação oposta.

A solução é o caminho ótimo $P^*(q)$, onde q é o primeiro pixel de M_f a sair da fila Q e sua origem $org(P^*(q)) \in M_i$. Podemos então usar o variante de busca por caminhos específicos para tornar o algoritmo mais eficiente.

2 Exercícios

1. As operações morfológicas acima usam essencialmente o conceito de erosão geodésica. Descreva as funções de custo de caminho para implementar o dual dessas operações.

2. Mostre alguns exemplos, usando a representação 1D do relevo de uma imagem, dos resultados das operações morfológicas acima.

3. Descreva um método de segmentação baseado no operador de perseguição de bordas.

4. Descreva um método de segmentação baseado na transformada de watershed.

5. Implemente uma biblioteca de funções com filtros morfológicos e transformadas de watershed usando os conceitos vistos nas últimas aulas e o código da IFT genérica disponível em www.ic.unicamp.br/˜afalcao/ift.html.