Introdução ao Processamento de Imagem Digital (MO443/MC920)

Prof. Alexandre Xavier Falcão

Segundo semestre de 2003

1 Reconstrução morfológica

A reconstrução morfológica é uma operação monotônica e idempotente, que envolve duas imagens de entrada, uma máscara $\hat{J} = (D_J, J)$ e uma marcadora $\hat{I} = (D_J, I)$, e um elemento estruturante planar E. Esta operação usa o conceito de dilatação (ou erosão) geodésica. Por isso, alguns autores também classificam a reconstrução como uma transformação geodésica— i.e. uma transformação morfológica aplicada à imagem marcadora, cujo resultado é forçado a ser menor (ou maior) ou igual à máscara.

1.1 Dilatação e erosão geodésicas

A dilatação geodésica de uma marcadora $\hat{I}$ por um elemento E restrita a uma máscara $\hat{J} \geq \hat{I}$ é definida por

$$(\hat{I} \oplus E) \quad \wedge \quad \hat{J} \tag{1}$$

onde $\wedge$ calcula o valor mínimo pixel a pixel entre duas imagens.

A erosão geodésica de uma marcadora $\hat{I}$ por um elemento E restrita a uma máscara $\hat{J} \leq \hat{I}$ é definida por

$$(\hat{I} \ominus E) \quad \vee \quad \hat{J} \tag{2}$$

onde $\vee$ calcula o valor máximo pixel a pixel entre duas imagens.

Note que a erosão geodésica é a dual da dilatação geodésica— i.e. $((\hat{I}^c \oplus E) \wedge \hat{J}^c)^c = (\hat{I} \ominus E) \vee \hat{J}$. No caso binário, $\wedge$ e $\vee$ podem ser substituídos por $\cap$ (intersecção) e $\cup$ (união) entre conjuntos.

1.2 Reconstrução por dilatação e por erosão

A reconstrução por dilatação (ou reconstrução inferior) de $\hat{J}$ (máscara) a partir de $\hat{I}$ (marcadora) é uma imagem $\hat{R} = (D_I, R)$, $\hat{I} \leq \hat{R} \leq \hat{J}$, obtida por sucessivas dilatações geodésicas de $\hat{I}$ restritas à $\hat{J}$ até idempotência.

A reconstrução por erosão (ou reconstrução superior) de $\hat{J}$ (máscara) a partir de $\hat{I}$ (marcadora) é uma imagem $\hat{R} = (D_I, R)$, $\hat{I} \geq \hat{R} \geq \hat{J}$, obtida por sucessivas erosões geodésicas de $\hat{I}$ restritas à $\hat{J}$ até idempotência.

2 Operador conexo

Considere o relevo que representa uma imagem cinza $\hat{J}$. Um platô (*flat zone*) neste relevo é um componente conexo maximal, onde todos os pixels possuem o mesmo valor (mesma altitude). Um operador ψ é dito conexo se e somente se qualquer par de pixels pertencentes a um dado platô em $\hat{J}$ também pertencem a um mesmo platô em $\psi(\hat{J})$. A principal vantagem é que a operação conexa não cria falsas bordas, como a filtragem linear, apenas elimina bordas entre platôs.

Outra forma de visualizar uma operação conexa é através da decomposição por limiar. A decomposição de uma imagem $\hat{J}$ por limiar forma um conjunto T_J de imagens binárias $\hat{J}_l = (D_J, J_l)$, $l = 0, 1, \ldots, \max_{\forall p \in D_J}\{J(p)\}$, onde $J_l(p) = 1$ se $J(p) \geq l$, e 0 no caso contrário. Operadores conexos apenas eliminam ou unem componentes conexos deste conjunto.

Um platô é dito mínimo regional (máximo regional) se a intensidade dos pixels nos platôs vizinhos for estritamente maior (menor) que a intensidade no platô.

2.1 Reconstrução como uma operação conexa

Considere a decomposição por limiar T_J de $\hat{J}$ e os máximos regionais de uma imagem marcadora $\hat{I} \leq \hat{J}$. Esses máximos caem em alguns componentes conexos com valor 1 em T_J. Imagine a operação conexa que seleciona como *foreground* todos componentes-1 de T_J que contêm um máximo regional em $\hat{I}$ e pertencem a um nível l menor ou igual ao valor deste máximo, atribuindo 0 aos demais e gerando uma nova decomposição T_R. Note que, a imagem reconstruída $\hat{R}$ é a reconstrução inferior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I}$.

Agora considere a decomposição por limiar T_J de $\hat{J}$ e os mínimos regionais de uma imagem marcadora $\hat{I} \geq \hat{J}$. Esses mínimos caem em alguns componentes conexos com valor 0 em T_J. Imagine a operação conexa que seleciona como *background* todos componentes-0 de T_J que contêm um mínimo regional em $\hat{I}$ e pertencem a um nível l estritamente maior que o valor deste mínimo, atribuindo 1 aos demais e gerando uma nova decomposição T_R. Note que, a imagem reconstruída $\hat{R}$ é a reconstrução superior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I}$.

Genericamente, a seleção de componentes pode ser feita pela marcação de pixels com certa altitude. Todos componentes não selecionados mudam de categoria de *foreground* para *background*, ou vice-versa. Outro exemplo é a seleção por área. Imagine que são selecionados os componentes-1 de T_J com valor de área maior ou igual a um dado limiar. Esta operação conexa é denominada abertura por área (*area opening*). Sua operação dual é o fechamento por área (*area closing*), que seleciona os componentes-0 de T_J com valor de área estritamente maior que um dado limiar.

3 Filtragem por reconstrução

Operações de abertura e fechamento suavizam a imagem, mas borram as bordas. Uma forma de corrigir esta distorção é calculando a reconstrução morfológica. As seções seguintes apresentam alguns filtros por reconstrução e seus resíduos.

3.1 Abertura e fechamento

A abertura por reconstrução de $\hat{J}$ é a reconstrução inferior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I} = \hat{J} \circ E$. O fechamento por reconstrução de $\hat{J}$ é a reconstrução superior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I} = \hat{J} \bullet E$. Os resíduos dessas operações são denominados *top-hats* por reconstrução.

3.2 *H-domes* e *H-basins*

A imagem resíduo da reconstrução inferior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I} = \hat{J} - H$, onde H é um número inteiro positivo, é formada por domos denominados *H-domes*. Observe que para $H = 1$, os domos são os máximos regionais de $\hat{J}$. A imagem resíduo da reconstrução superior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I} = \hat{J} + H$, onde H é um número inteiro positivo, marca as bacias denominadas *H-basins*. Observe que para $H = 1$, a imagem resíduo é formada pelos mínimos regionais de $\hat{J}$.

3.3 Fechamento de bacias e abertura de domos

Considere uma imagem $\hat{J}$ com regiões escuras (bacias) em um fundo claro. Essas regiões podem ser eliminadas com a reconstrução superior de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I}$, onde $I(p) = J(p)$ se p estiver na borda da imagem $\hat{J}$ ou $I(p) = \infty$, no caso contrário. Esta operação é denominada fechamento de bacias (ou "buracos"— *closing of holes*). As bacias são detectadas calculando-se o resíduo desta operação. A operação dual, que usa reconstrução inferior, é a abertura de domos (*removal of domes*).

3.4 Leveling

Todas operações acima envolveram um pré-processamento anti-extensivo ou extensivo para gerar $\hat{I}$. Em várias situações, porém, desejamos reconstruir uma imagem $\hat{J}$ a partir de uma imagem $\hat{I}$, onde $\hat{I}$ não é nem menor nem maior que $\hat{J}$. Um exemplo é quando $\hat{I}$ é obtida por filtragem seqüêncial alternada de $\hat{J}$. Neste caso, a operação *leveling* (nivelamento) pode ser aplicada seguindo as instruções abaixo.

1. Calcula $\hat{I}' = (\hat{I} \oplus E) \wedge \hat{J}$;

2. Encontra a reconstrução inferior $\hat{R}_i$ de $\hat{J}$ a partir de $\hat{I}'$;

3. Calcula $\hat{J}' = (\hat{J} \ominus E) \vee \hat{R}_i$;

4. Encontra a reconstrução superior $\hat{R}_s$ (nivelamento) de $\hat{R}_i$ a partir de $\hat{J}'$.

4 Exercícios

A implementação eficiente de todos operadores conexos acima será vista com a transformada imagem-floresta.

Aplique os conceitos acima em exemplos numéricos com imagens pequenas (ou sinais) que você mesmo vai criar. Visualize os resultados na forma gráfica no caso de sinais. Verifique a dualidade das operações.